März 2014

Computeralgebra Rundbrief

> Ausgabe 54

- Rational points on hyperelliptic curves: Recent developments
- Cinderella - Dynamische Geometrie für Schulen, Universitäten, Ausstellungen und Museen
- The SymbolicData Project
- Von der Geradenschar zur Kaustik

www.fachgruppe-computeralgebra.de

Werbeseite

Computeralgebra-Rundbrief

Nr. 54 März 2014

Inhaltsverzeichnis

Inhalt . . . 3

Impressum . . . 4

Mitteilungen der Sprecher . . . 5

Tagungen der Fachgruppe . . . 7

Themen und Anwendungen der Computeralgebra . . . 10
Rational points on hyperelliptic curves: Recent developments (M. Stoll) . . . 10

Neues über Systeme . . . 14
Cinderella - Dynamische Geometrie für Schulen, Universitäten, Ausstellungen und Museen (A. Matt) . . . 14
The SYMBOLICDATA *Project* (H.-G. Gräbe, A. Nareike) . . . 17

Computeralgebra in der Schule . . . 22
Kubisch, quartisch und so weiter (J. Meyer) . . . 22
Von der Geradenschar zur Kaustik (C. Stauch) . . . 24

Promotionen in der Computeralgebra . . . 26

Berichte von Konferenzen . . . 29

Hinweise auf Konferenzen . . . 30

Leserbriefe . . . 34

Ordnung der Fachgruppe Computeralgebra . . . 35

Fachgruppenleitung Computeralgebra 2014-2017 . . . 39

Impressum

Der Computeralgebra-Rundbrief wird herausgegeben von der Fachgruppe Computeralgebra der GI in Kooperation mit der DMV und der GAMM (verantwortlicher Redakteur: Prof. Dr. Michael Cuntz, car@mathematik.de)

Der Computeralgebra-Rundbrief erscheint halbjährlich, Redaktionsschluss 15.02. und 15.09. ISSN 0933-5994. Mitglieder der Fachgruppe Computeralgebra erhalten je ein Exemplar dieses Rundbriefs im Rahmen ihrer Mitgliedschaft. Fachgruppe Computeralgebra im Internet: http://www.fachgruppe-computeralgebra.de.

Konferenzankündigungen, Mitteilungen, einzurichtende Links, Manuskripte und Anzeigenwünsche bitte an den verantwortlichen Redakteur.

GI (Gesellschaft für Informatik e.V.)
Wissenschaftszentrum
Ahrstr. 45
53175 Bonn
Telefon 0228-302-145
Telefax 0228-302-167
gs@gi-ev.de
http://www.gi-ev.de

DMV (Deutsche Mathematiker-Vereinigung e.V.)
Mohrenstraße 39
10117 Berlin
Telefon 030-20377-306
Telefax 030-20377-307
dmv@wias-berlin.de
http://www.dmv.mathematik.de

GAMM (Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik e.V.)
Technische Universität Dresden
Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke
01062 Dresden
Telefon 0351-463-33448
Telefax 0351-463-37086
GAMM@mailbox.tu-dresden.de
http://www.gamm-ev.de

Mitteilungen der Sprecher

Liebe Mitglieder der Fachgruppe Computeralgebra,

am 24. Februar 2014 fand die letzte Sitzung der alten Fachgruppenleitung und im Anschluss daran die konstituierende Sitzung der neuen Fachgruppenleitung am Max-Planck-Institut für Physik in München statt. Über die Wahl der neuen Fachgruppenleitung möchten wir an dieser Stelle berichten. Es beteiligten sich 66 Mitglieder und gaben insgesamt 418 Stimmen ab (maximal 9 pro Wähler), die sich folgendermaßen verteilten:

Prof. Dr. Florian Heß	*Oldenburg*	*52*
Prof. Dr. Eva Zerz	*Aachen*	*48*
Prof. Dr. Bettina Eick	*Braunschweig*	*43*
Prof. Dr. Anne Frühbis-Krüger	*Hannover*	*37*
OStR. Jan Hendrik Müller	*Dortmund*	*35*
Prof. Dr. Gregor Kemper	*München*	*33*
Prof. Dr. Martin Kreuzer	*Passau*	*33*
Prof. Dr. Claus Fieker	*Kaiserslautern*	*28*
Prof. Dr. Jürgen Klüners	*Paderborn*	*28*
Prof. Dr. Michael Stoll	*Bayreuth*	*28*
Dr. Thomas Hahn	*München*	*25*
Prof. Dr. Meinold Geck	*Stuttgart*	*18*
Dr. Claus Diem	*Leipzig*	*10*

Damit waren die ersten 7 Kandidaten gewählt. Eine Losentscheidung bei Stimmengleichheit von 28 Stimmen fiel zugunsten von Claus Fieker und Jürgen Klüners aus.

Damit sind gewählt: Heß, Zerz, Eick, Frühbis-Krüger, Müller, Kemper, Kreuzer, Fieker und Klüners.

Als Vertreter der drei Fachgesellschaften wurden benannt:

Prof. Dr. Ernst W. Mayr (München) von der GI
Prof. Dr. Wolfram Koepf (Kassel) von der DMV
Dr. Sandra Klinge (Bochum) von der GAMM

Die weiteren Kandidaten stehen in der Reihenfolge der Stimmenverteilung auf der Nachrückliste. Wir danken den nicht gewählten Kandidaten für ihre Bereitschaft, sich zur Wahl zu stellen und sich auch weiterhin für die Belange der Fachgruppe Computeralgebra einzusetzen. Gleicher Dank gilt dem Wahlleiter, Ernst W. Mayr, und dem zweiten Wahlleiter, Wolfram Koepf, für die Durchführung der Wahl.

Nach der Entlastung der Sprecher der alten Fachgruppenleitung, Florian Heß und Eva Zerz, konstituierte sich auf unserer Sitzung die neue Fachgruppenleitung. Die Sitzungsleitung wurde von Herrn Heß übernommen. Herr Heß wurde einstimmig (bei einer Enthaltung) zum neuen Sprecher der Fachgruppe gewählt. Ebenfalls einstimmig wurde Herr Kemper zum Stellvertreter gewählt. Danach wurden Zuständigkeiten und Aufgabenbereiche neu festgelegt und verteilt. Außerdem wurden die folgenden Fachexperten gemäß unserer Ordnung in die Leitung berufen:

Prof. Dr. Michael Cuntz (Hannover) als Fachexperte Rundbrief
Dr. Thomas Hahn (München) als Fachexperte Physik

Damit ist die neue Fachgruppenleitung für die Amtszeit 2014–2017 komplett. Die Kontaktadressen sowie Aufgabenbereiche und Zuständigkeiten können Sie der Übersicht auf Seite 39 entnehmen.

Mit der neuen Amtsperiode scheiden einige, teils langjährige Mitglieder aus der Fachgruppenleitung aus. Dies sind Prof. Dr. Hans-Gert Gräbe (Leipzig), Prof. Dr. Gilbert Greefrath (Münster), Prof. Dr. Elkedagmar Heinrich (Konstanz), Dr. Gohar Kyureghyan (Magdeburg) und Prof. Dr. Gunter Malle (Kaiserslautern). Wir danken den Kolleginnen und Kollegen ganz herzlich für Ihre intensive Mitarbeit in der Fachgruppenleitung, für die zahlreichen Impulse, die von Ihnen ausgingen, und die Expertise, die sie einbrachten. Trotz ihres Ausscheidens aus der Fachgruppenleitung werden wir auch in Zukunft ihre Mithilfe und ihren Rat suchen. Unser besonderer Dank gilt auch Frau Prof. Dr. Eva Zerz (Aachen),

welche das Sprecheramt in der ersten Hälfte der vergangenen Amtsperiode inne hatte und sich weiterhin für die Belange der Fachgruppe im Leitungsgremium einsetzen wird.

Wir begrüßen nun die neuen Leitungsmitglieder Prof. Dr. Bettina Eick (Braunschweig) und Prof. Dr. Claus Fieker (Kaiserslautern) sehr herzlich in unserer Mitte und freuen uns auf die Zusammenarbeit in den kommenden drei Jahren!

Neben der Wahl der neuen Leitung gibt es noch weitere Neuerungen in der Fachgruppe. Anfang des Jahres wurde eine neue Vereinbarung zwischen DMV und GI geschlossen, welche die Kooperation beider Vereine bezüglich der Fachgruppe Computeralgebra neu regelt. Mit der ersten Sitzung der neuen Leitung im Februar trat zudem auch eine neue Ordnung der Fachgruppe in Kraft. Ziel dieser Maßnahmen war eine Modifizierung und Präzisierung der Kooperation und des Status der Fachgruppe aufgrund steuer- und vereinsrechtlicher Vorgaben. Die fachlich-inhaltliche Arbeit wird davon nicht berührt. Der offizielle Langname der Fachgruppe Computeralgebra lautet nun Fachgruppe Computeralgebra der GI in Kooperation mit DMV und GAMM. Mitgliedsbeiträge werden ab Anfang des Jahres auch für unsere „DMV Mitglieder“ direkt von der GI erhoben. Dazu wird jedes Mitglied der Fachgruppe als assoziiertes oder ordentliches Mitglied der GI geführt. Die Modalitäten der Mitgliedschaft wie Höhe des Beitrags- oder Kündigungsfristen bleiben unverändert.

Die Webseiten der Fachgruppe

`http://www.fachgruppe-computeralgebra.de`

sind neu aufgesetzt worden. Sie haben nun ein moderneres Design und sind vor allem übersichtlicher und besser navigierbar. Unter der Haube haben sie nun das Content Management System WordPress, was sie besser handhabbar macht. Zu verdanken haben wir dies dem Einsatz von Hans-Gert Gräbe, der die Webseiten der Arbeitsgruppe bereits seit langem betreut hat. Ihm gebührt unser herzlicher Dank für seine Innovativkraft, Kompetenz und die Nachhaltigkeit seiner Arbeit.

Vom 15. bis zum 17. Mai 2014 findet wieder die Computeralgebra-Tagung der Fachgruppe statt. Die Hauptvortragenden sind Bettina Eick (Braunschweig), Raymond Hemmecke (München), Jan Steffen Müller (Oldenburg), Severin Neumann (Passau) und Jens Zumbrägel (Dresden). Vortragstitel und Kurzzusammenfassungen finden Sie auf Seite 7 dieses Heftes. Daneben wird es wie bei den vergangenen Computeralgebra-Tagungen Kurzvorträge von Nachwuchswissenschaftlern geben. Dabei hoffen wir auf eine rege Beteiligung aus der Fachgruppe. Bitte weisen Sie insbesondere Nachwuchswissenschafler auf diese Tagung hin. Sie bietet gerade Doktoranden eine interessante Gelegenheit, Kontakte zu anderen Arbeitsgruppen im Bereich Computeralgebra zu knüpfen. Es gibt keine Tagungsgebühr, nur einen kleinen Unkostenbeitrag für die Kaffeepausen. Ein Anmeldeformular für die Teilnahme befindet sich auf den Webseiten der Fachgruppe.

Die diesjährige Tagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ (AKMUI) wird vom 26. bis 28. September 2014 in Halle veranstaltet.

Im aktuellen Rundbrief werden Sie den Beitrag von Herrn Meyer auf Seite 22 und den Leserbrief von Herrn Schröder auf Seite 34 wiederfinden, die bereits im vorherigen Rundbrief enthalten waren. In diese Beiträge hatten sich leider während des Produktionsprozesses einige Druckfehler eingeschlichen, so dass sie jetzt noch einmal in korrigierter Fassung veröffentlicht werden.

Die nächste Sitzung der Fachgruppenleitung findet im September in Hannover statt. Wir bitten alle Mitglieder der Fachgruppe, die Rundbrief-Redaktion mit Informationen, Themenvorschlägen, Beiträgen, Berichte über Promotionen und Habilitationen, Hinweisen auf Bücher, auf Programmpakete und auf Tagungen etc. zu unterstützen.

Wir hoffen, Sie mit dem vorliegenden Heft gut zu informieren.

Florian Heß *Gregor Kemper*

Tagung in Kassel, 2012

Tagung der Fachgruppe Computeralgebra in Kassel, 15. – 17.05.2014

`http://www.fachgruppe-computeralgebra.de/tagung-kassel-2014/`

In Fortsetzung der erfolgreichen Tagungen 2003, 2005, 2009, 2012 in Kassel und 2007 in Kaiserslautern führt die Fachgruppe im Mai 2014 wieder eine derartige Tagung in Kassel durch. Ziel ist es, wie auf den Vorgängerkonferenzen ein Forum zu bieten, das es erstens Nachwuchswissenschaftlern ermöglicht, ihre Ergebnisse vorzustellen, andererseits aber auch einige Hauptvortragende zu gewinnen, die Übersichtsvorträge über wichtige Gebiete der Computeralgebra und über Computeralgebra-Software geben sollen.

Die Fachgruppe Computeralgebra vergibt für den besten Vortrag eines Nachwuchswissenschaftlers wieder einen mit € 500 dotierten Nachwuchspreis.

Bedenken Sie bitte, dass das preisreduzierte Hotelkontingent im pentahotel Kassel bereits am 3. April ausläuft, auch wenn die Anmeldefrist ohne Vortrag bis zum 1. Mai 2014 läuft. Das Anmeldeformular finden Sie auf der oben angegebenen Webseite.

Wir konnten folgende Wissenschaftler für einen Hauptvortrag gewinnen:

- **Prof. Dr. Bettina Eick (TU Braunschweig)**: *Algorithmen in der Gruppentheorie*

  In dem Vortrag wird ein kurzer Überblick über den Stand der Forschung in der algorithmischen Gruppentheorie gegeben. Dann werden einige der aktuellen Forschungsgebiete beschrieben, dazu gehören z. B. Algorithmen für Matrixgruppen, Algorithmen in der Theorie der p-Gruppen und der nilpotenten Gruppen und die Klassifikation von Gruppen.

- **Prof. Dr. Raymond Hemmecke (TU München)**: *Algebraische Methoden in der ganzzahligen Optimierung*

  Algebraische Methoden finden in der ganzzahligen Optimierung auf verschiedene Weisen ihren Einsatz: z. B. als Optimalitätszertifikate (= Gröbnerbasen torischer Ideale), zur effizienten Kodierung von Gitterpunktmengen (= rationale Erzeugendenfunktionen) oder als Nichtlösbarkeitszertifikate (= mittels Hilberts Nullstellensatz). In meinem Vortrag gebe ich einen Überblick über diese Ansätze und den aktuellen Forschungsstand.

- **Prof. Dr. Jan Steffen Müller (Universität Oldenburg)**: *Diophantische Gleichungen und Computeralgebra*

  Eine diophantische Gleichung ist eine Gleichung der Form $f = 0$, wobei $f = f(x_1, \ldots, x_n)$ ein Polynom mit ganzzahligen Koeffizienten ist. Matiyasevich hat bewiesen, dass es keinen Algorithmus geben kann, mit dem die Lösbarkeit beliebiger diophantischer Gleichungen in ganzen Zahlen entschieden werden kann. Für eine gegebene diophantische Gleichung kann aber trotzdem nach der Lösbarkeit in ganzen (oder rationalen) Zahlen sowie nach der Struktur der ganzzahligen (oder rationalen) Lösungen gefragt werden. In diesem Vortrag werde ich einen Überblick darüber geben, wie geometrische Methoden und Computeralgebra für solche Fragestellungen genutzt werden können.

- **Severin Neumann (Universität Passau)**: *Parallele und verteilte Algorithmen zur Berechnung von Gröbnerbasen*

  Parallelisierung ermöglicht es einen Algorithmus auf eine Vielzahl von Prozessoren und Computern zu verteilen. Auch für die komplexe Berechnung von Gröbnerbasen kann diese Technik verwendet werden. In diesem Vortrag wird ausgehend von Faugères F_4 Algorithmus zunächst gezeigt, wie auf einem Multiprozessorsystem eine Gröbnerbasis um ein Vielfaches schneller berechnet werden kann. Im nächsten Schritt wird eine weitere Variante dieses Verfahrens vorgestellt, die es ermöglicht eine weitere Beschleunigung auf Mehrcomputersystemen zu erzielen. Im Rahmen des Vortrags wird auch auf verschiedene Werkzeuge zur Parallelisierung eingegangen, wie beispielsweise SSE, OpenMP, Intel TBB und MPI, um einen Einblick in die Möglichkeiten, Herausforderungen und Grenzen der Parallelisierung zu bieten. Die Implementierung des vorgestellten Verfahrens ist als OpenSource-Projekt verfügbar unter `https://github.com/svrnm/parallelGBC`.

- **Dr. Jens Zumbrägel (TU Dresden)**: *Neue Algorithmen für das diskrete Logarithmusproblem in Körpern kleiner Charakteristik*

  Zahlreiche Kryptosysteme beruhen auf der Schwierigkeit, das diskrete Logarithmusproblem (DLP) in einem endlichen Körper zu lösen, und so ist die Entwicklung von DLP-Algorithmen ein seit Jahrzehnten bedeutender Forschungsgegenstand. In diesem Vortrag stelle ich die verschiedenen Algorithmen für das DLP vor und gehe auf neue Index-Calculus-Methoden ein, die insbesondere in Erweiterungskörpern kleiner Charakteristik sehr effizient sind. Die neuen Algorithmen resultieren sowohl auf theoretischer Seite in kürzeren asymptotischen Laufzeiten als auch bei praktischen Implementierungen in beträchtlichen neuen DLP-Rekorden; sie beeinträchtigen außerdem die Sicherheit von einigen paarungsbasierten Kryptosystemen.

Tagungsprogramm Computeralgebra, Universität Kassel, Heinrich-Plett-Str. 40, 34132 Kassel, 15. bis 17. Mai 2014

Uhrzeit	Donnerstag, 15. Mai 2014			Freitag, 16. Mai 2010			Samstag, 17. Mai 2014
09:15 - 09:45					**Marek Kosta** Constructing a Single Cell in Cylindrical Algebraic Decomposition	**Matthias Seiß** Root parameterized differential equations	09:15 - 10:15 **HV 4: Jan Steffen Müller** Diophantische Gleichungen und Computeralgebra
09:45 - 10:20					Pause	Pause	
10:20 - 10:50					**Yue Ren** Berechnung von tropischen Varietäten über bewertete Körper	**Daniel Andres** Kommutative Computeralgebra in der *D*-Modultheorie	**Verleihung des Nachwuchspreises**
11:00 - 12:00				**HV 2: Jens Zumbrägel** Neue Algorithmen für das diskrete Logarithmus-problem in Körpern kleiner Charakteristik			**HV 5: Raymond Hemmecke** Algebraische Methoden in der ganzzahligen Optimierung
12:15 - 13:45	Registrierung			Mittagspause			Abschluss
13:45	Begrüßung			Tagungsfoto			
14:00 - 15:00	**HV 1: Severin Neumann** Parallele und verteilte Algorithmen zur Berechnung von Gröbnerbasen			**HV 3: Bettina Eick** Algorithmen in der Gruppentheorie			
15:15 - 15:45		**Christian Eder** Signature-Based Gröbner Basis Algorithms in Singular	**Melanie Gerling** Algorithmische Berechnung des bivariaten chromatischen Polynoms für spezielle Graphen		**Andreas Distler** Smallsemi oder: Auf der Suche nach einer Halbgruppenbibliothek	**Frank Quedenfeld** Kryptoanalyse mit Hilfe von ähnlichen Variablen	
16:00 - 16:30	Pause			Pause			
16:30 - 17:00		**Matthias Fetzer** Berechnung freier Auflösungen mit Pommaret-Basen - Theoretische Aspekte	**Konstantin Ziegler** Tame Decompositions and Collisions		**Matthias Geilhufe** Das Mathematica-Gruppentheoriepaket GTPack für die Anwendung in der Festkörperphysik und der Photonik	**Christian Kell** Neue Aspekte zum Algorithmus für das Diffie-Hellmann-Konjugator-Problem nach J.H. Cheon und B. Jun	
17:15 - 17:45		**Mario Albert** Berechnung freier Auflösungen mit Pommaret-Basen - Praktische Aspekte	**Jakob Kröker** Das Einsideal ist nicht prim. Oder Fehler in Computeralgebrasystemen		**Max Horn** Solvable group generation	**Natalia Dück** Berechnung von Graver-basen und universellen Gröbnerbasen für binomiale Ideale assoziiert mit linearen Codes	
18:00 - 18:30		**Michael Schweinfurter** Effektive Generizität	**Aris Christidis** Cross Corner: Ein Algorithmus zur ganzzahligen linearen Interpolation und zur Linienziehung		**Christian Schilli** Reinheitsfiltrierung endlich präsentierter Moduln über Auslander-regulären Ringen	**Kornelia Fischer** Identifikation spezieller Funktionen, die durch Rodrigues-Formeln oder erzeugende Funktionen gegeben sind	
18:30 - 19:00			**Florian Heß** Neuigkeiten aus der Fachgruppe				
19.00 Uhr			**Thomas Richard** Neue Features in Maple 18	Gemeinsames Abendessen			
	R. 1409	**R. 2404**	**R. 1403**	**R. 1409**	**R. 2404**	**R. 1403**	**R. 1409**

Rational points on hyperelliptic curves: Recent developments

M. Stoll
(Universität Bayreuth)

Michael.Stoll@uni-bayreuth.de

Abstract

We give an overview over recent results concerning rational points on hyperelliptic curves. One result says that 'most' hyperelliptic curves of high genus have very few rational points. Another result gives a bound on the number of rational points in terms of the genus and the Mordell-Weil rank, provided the latter is sufficiently small. The first result relies on work by Bhargava and Gross on Selmer groups of hyperelliptic Jacobians, and both results use Chabauty's method.

Introduction

A *hyperelliptic curve C of genus $g \geq 2$* over $\mathbb{Q}$ is given by an equation of the form

$$C\colon y^2 = f(x) = f_{2g+2}x^{2g+2} + f_{2g+1}x^{2g+1} + \ldots + f_1 x + f_0\,,$$

where $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ is of degree at least $2g+1$ and squarefree. This equation defines a smooth irreducible algebraic curve in the affine plane. We usually consider its smooth projective model, which is obtained by adding one or two points at infinity, corresponding to the square roots of f_{2g+2} (so there is one such point when $f_{2g+2} = 0$ and two points otherwise). The *rational points* on C are the affine points $(\xi, \eta) \in \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ satisfying the curve equation, together with the points at infinity if f_{2g+2} is a square in $\mathbb{Q}$. The set of rational points on C is denoted $C(\mathbb{Q})$.

In particular, for *odd degree hyperelliptic curves*, meaning that $\deg(f) = 2g+1$, we always have a unique rational point at infinity, which we denote ∞.

Faltings' [5] famous proof of the Mordell Conjecture [7] implies that $C(\mathbb{Q})$ is always finite (recall that we assume $g \geq 2$ throughout). This raises the following question:

What can we say about $\#C(\mathbb{Q})$?

Chabauty's method

For a given individual curve C, *Chabauty's method* [3, 4] can be used to produce a bound on $\#C(\mathbb{Q})$, under a technical condition. To explain this, we have to introduce the *Jacobian variety* J of C. This is an abelian variety (a projective algebraic variety that carries a group structure compatible with the geometric structure; the group is then necessarily abelian) of dimension g defined over $\mathbb{Q}$, and if $P_0 \in C(\mathbb{Q})$ is a rational point, then there is an embedding $\iota\colon C \to J$ defined over $\mathbb{Q}$ that sends P_0 to the origin of the group law on J. Weil [13] proved (generalizing a result of Mordell's on elliptic curves that appeared in the paper [7] mentioned above containing the conjecture) that the group $J(\mathbb{Q})$ of rational points on J is a finitely generated abelian group. In particular, it has a well-defined rank $r = \dim_{\mathbb{Q}} J(\mathbb{Q}) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$, which is called the *Mordell-Weil rank* of J or of C. The technical condition mentioned above is that $r < g$.

We fix a 'base-point' $P_0 \in C(\mathbb{Q})$ (if there is no such point, we have $\#C(\mathbb{Q}) = 0$). Chabauty's method works p-adically, so we now fix a prime p. We write $\Omega_J(\mathbb{Q}_p)$ for the space of regular (or invariant, this is here the same) 1-forms on J defined over $\mathbb{Q}_p$ and $\Omega_C(\mathbb{Q}_p)$ for the space of regular 1-forms on C defined over $\mathbb{Q}_p$. Then $\iota^*\colon \Omega_J(\mathbb{Q}_p) \to \Omega_C(\mathbb{Q}_p)$ is an isomorphism, which in fact is independent of the choice of the base-point, and both sides are vector spaces over $\mathbb{Q}_p$ of dimension g. The group $J(\mathbb{Q}_p)$ of p-adic points on J carries a natural p-adic topology and forms a p-adic Lie group. There is a unique logarithm

$$\log\colon J(\mathbb{Q}_p) \to T_O J(\mathbb{Q}_p) \cong \mathbb{Q}_p^g$$

(where $T_O J(\mathbb{Q}_p)$ denotes the tangent space of $J(\mathbb{Q}_p)$ at the origin), which is a local diffeomorphism and a group homomorphism with finite kernel $J(\mathbb{Q}_p)_{\mathrm{tors}}$. The space $\Omega_J(\mathbb{Q}_p)$ of differentials can be canonically identified with the cotangent space $(T_O J(\mathbb{Q}_p))^*$. Putting

these ingredients together, we obtain a pairing

$$J(\mathbb{Q}_p) \times \Omega_J(\mathbb{Q}_p) \to \mathbb{Q}_p\,, \quad (P,\omega) \mapsto \langle \omega, \log P\rangle\,,$$

which is additive in the first component and $\mathbb{Q}_p$-linear in the second. If $r < g$, then there will be a linear subspace V of $\Omega_J(\mathbb{Q}_p)$ of dimension at least $g - r > 0$ such that $\langle \omega, \log P\rangle = 0$ for all $\omega \in V$ and all $P \in J(\mathbb{Q})$.

Now we observe that the embedding ι maps $C(\mathbb{Q})$ into $J(\mathbb{Q})$, so we have for all $P \in C(\mathbb{Q})$ and all $\omega \in V$ that $\langle \omega, \log \iota(P)\rangle = 0$. Fixing some $0 \neq \omega \in V$, we define a function

$$\lambda_\omega\colon C(\mathbb{Q}_p) \to \mathbb{Q}_p\,, \quad P \mapsto \langle \omega, \log \iota(P)\rangle\,.$$

Then $C(\mathbb{Q})$ is contained in the zero set of λ_ω. Now locally $C(\mathbb{Q}_p)$ looks like a subset of $\mathbb{Q}_p$, and $C(\mathbb{Q}_p)$ is compact (recall that we work with the smooth projective model of the curve), so we can write $C(\mathbb{Q}_p)$ as a (disjoint) union of finitely many *residue disks*, subsets that are p-adically analytically isomorphic to the p-adic unit disk. Pulling back λ_ω to the parametrizing disk, we obtain a power series converging on the disk, and using the Newton polygon obtained from the valuations of the coefficients, we can deduce bounds for the number of zeros of λ_ω on the residue disk under consideration. If one takes care to pick the 'best' ω on each residue disk, this leads to the following general bound [11].

Theorem 1 If C is a hyperelliptic curve over $\mathbb{Q}$ of genus g and with Mordell-Weil rank $r < g$, then for each prime $p \geq 3$, we have

$$\#C(\mathbb{Q}) \leq d(p) + 2r + \left\lfloor \frac{2r}{p-2} \right\rfloor\,,$$

where $d(p)$ denotes the number of p-adic residue disks in $C(\mathbb{Q}_p)$. We also have the bound

$$\#C(\mathbb{Q}) \leq 2d(2) + 3r\,.$$

The 2-Selmer group

Now the question is, how to determine or at least bound the Mordell-Weil rank r. The most useful tool for this in practice as well as in theory is the *2-Selmer group* $\mathrm{Sel}_2 J$. It is defined in terms of Galois cohomology, but for us the only important properties are that it is computable (see [10] for how to compute it) and that it fits into a commutative diagram

$$\begin{tikzcd}
 & \mathrm{Sel}_2 J \arrow[dr] & \\
\dfrac{J(\mathbb{Q})}{2J(\mathbb{Q})} \arrow[ur, hook] \arrow[rr] & & \prod_v \dfrac{J(\mathbb{Q}_v)}{2J(\mathbb{Q}_v)}
\end{tikzcd}$$

(where v runs through all places of $\mathbb{Q}$, so that $\mathbb{Q}_v$ runs through all p-adic fields $\mathbb{Q}_p$ and $\mathbb{R}$). Since

$$\dim_{\mathbb{F}_2} \frac{J(\mathbb{Q})}{2J(\mathbb{Q})} = \dim_{\mathbb{F}_2} J(\mathbb{Q})[2] + r\,,$$

where $J(\mathbb{Q})[2]$ denotes the 2-torsion subgroup of $J(\mathbb{Q})$, we have

$$r \leq \dim_{\mathbb{F}_2} \mathrm{Sel}_2 J - \dim_{\mathbb{F}_2} J(\mathbb{Q})[2]\,.$$

The dimension of $J(\mathbb{Q})[2]$ can easily be determined from the factorization of the polynomial $f(x)$ over $\mathbb{Q}$.

We will now focus on odd degree hyperelliptic curves. Because the degree of $f(x)$ is coprime to the degree of y^2 in this case, we can always scale x and y so that $f(x)$ becomes monic. For a ring R of characteristic zero, we write $\mathcal{F}_g(R)$ for the set of all monic polynomials $f \in R[x]$ of degree $2g+1$ with non-vanishing discriminant, and we just write $\mathcal{F}_g$ for $\mathcal{F}_g(\mathbb{Z})$. For $f = x^{2g+1} + f_{2g}x^{2g} + \ldots + f_1 x + f_0 \in \mathcal{F}_g$, we define the *height* of f to be

$$H(f) = \max\{|f_j|^{1/(2g+1-j)} : 0 \leq j \leq 2g\}\,.$$

(This definition has the advantage that scaling x and y while keeping the polynomial monic has the effect of scaling the height.) We can then order the polynomials f or equivalently, the curves $y^2 = f(x)$, by increasing height, which allows us to talk about the (lower) density of a set of odd degree hyperelliptic curves. First, for $X \in \mathbb{R}$ we set

$$\mathcal{F}_{g,X} = \{f \in \mathcal{F}_g : H(f) \leq X\}\,.$$

Now let $S \subset \mathcal{F}_g$. Then the *lower density* of S is

$$\underline{\delta}(S) = \liminf_{X\to\infty} \frac{\#(\mathcal{F}_{g,X} \cap S)}{\#\mathcal{F}_{g,X}}\,.$$

In a similar way, we define the *upper density* $\overline{\delta}(S)$. If both coincide, their common value is the *density* $\delta(S)$. If $\phi\colon \mathcal{F}_g \to \mathbb{R}$ is a function, we can define the *average* of ϕ as

$$A(\phi) = \lim_{X\to\infty} \frac{\sum_{f\in\mathcal{F}_{g,X}} \phi(f)}{\#\mathcal{F}_{g,X}}\,,$$

provided the limit exists. Now Bhargava and Gross [1], extending previous results by Bhargava and collaborators on Selmer groups of elliptic curves, have shown the following.

Theorem 2 The average size of $\mathrm{Sel}_2 J$, as J runs through the Jacobian varieties of odd degree hyperelliptic curves of genus g, is 3.

This implies that the average of 2^r is at most 3, and so r is mostly small.

Actually, Bhargava and Gross prove a bit more. Recall that there is a natural homomorphism $\mathrm{Sel}_2 J \to J(\mathbb{Q}_p)/2J(\mathbb{Q}_p)$. The latter group is locally constant on $\mathcal{F}_g(\mathbb{Z}_p)$: over sufficiently small subsets, it can be identified with a fixed group G. Then there is the following *equidistribution property*.

Theorem 3 Let $U \subset \mathcal{F}_g(\mathbb{Z}_p)$ be a subset such that for all $f \in U$, $J(\mathbb{Q}_p)/2J(\mathbb{Q}_p) \cong G$ as above. Then the average number of nonzero preimages in $\mathrm{Sel}_2 J$ under the map $\mathrm{Sel}_2 J \to J(\mathbb{Q}_p)/2J(\mathbb{Q}_p) \to G$, when f ranges through $U \cap \mathcal{F}_g$, is the same for each $\gamma \in G$.

Most curves have few rational points

We continue to consider odd degree hyperelliptic curves. Each such curve has at least one rational point, namely the point at infinity. Heuristic considerations lead to the expectation that most curves actually have *only* this one rational point, in the sense that the subset of $f \in \mathcal{F}_g$ such that $C(\mathbb{Q}) = \{\infty\}$ has density 1.

Now if we want to show that even a subset of positive (lower) density of odd degree hyperelliptic curves of some fixed genus g has this property, then the general Chabauty bound of Theorem 1 is not sufficient: we would need $d(p) = 1$ (which is true for a subset of positive density) and $r = 0$, but the results of Bhargava and Gross are not strong enough to imply this for a positive proportion of the curves. The reason why the bound of Theorem 1 is too weak is that it does not look at how $J(\mathbb{Q})$ lies inside $J(\mathbb{Q}_p)$; it just takes its 'size' (as measured by r) into account. If we know something about the position of $J(\mathbb{Q})$ inside $J(\mathbb{Q}_p)$, then this can be used to obtain more precise bounds. If we know the 2-Selmer group together with the map $\mathrm{Sel}_2 J \to J(\mathbb{Q}_p)/2J(\mathbb{Q}_p)$, this will at least provide us with an upper bound for the image of $J(\mathbb{Q})/2J(\mathbb{Q})$ inside $J(\mathbb{Q}_p)/2J(\mathbb{Q}_p)$. For odd p the latter group is mostly small and does not give enough information on the image of $J(\mathbb{Q})$ in $J(\mathbb{Q}_p)$. For $p = 2$, however, the situation is different, and we get some sort of 'first approximation' to $J(\mathbb{Q})$ inside $J(\mathbb{Q}_2)$, which can be used in the Chabauty setup. This idea goes back to McCallum [6], who used it to prove results on the second case of Fermat's last theorem.

In our case, we obtain the following criterion. We first pick an isomorphism of $T_O J(\mathbb{Q}_p)$ with $\mathbb{Q}_p^g$ so that the image of $\log$ is $\mathbb{Z}_p^g$. Then we have the following commutative diagram.

$$\begin{tikzcd}
C(\mathbb{Q}_2) \arrow[r, "\iota"] & J(\mathbb{Q}_2) \arrow[r, two heads, "\log"] \arrow[d] & \mathbb{Z}_2^g \arrow[r, dashed] \arrow[d] \arrow[dr, dashed, "\rho"] & \mathbb{P}^{g-1}(\mathbb{Q}_2) \arrow[d] \\
\mathrm{Sel}_2 J \arrow[r] \arrow[rr, bend right, "\sigma"'] & \dfrac{J(\mathbb{Q}_2)}{2J(\mathbb{Q}_2)} \arrow[r, two heads, "\log \otimes \mathbb{F}_2"] & \mathbb{F}_2^g \arrow[r, dashed] & \mathbb{P}^{g-1}(\mathbb{F}_2)
\end{tikzcd}$$

The maps represented by dashed arrows are only partially defined (on all non-zero elements). We denote the two partially defined maps $C(\mathbb{Q}_2) \dashrightarrow \mathbb{P}^{g-1}(\mathbb{F}_2)$ and $\mathrm{Sel}_2 J \dashrightarrow \mathbb{P}^{g-1}(\mathbb{F}_2)$ by $\rho \log$ and $\mathbb{P}\sigma$, respectively. If we speak of their images, we mean the images of the maps restricted to their maximal domain of definition.

Lemma 4 For a subset of density 1 of the curves in $\mathcal{F}_g$, if $\sigma\colon \mathrm{Sel}_2 J \to \mathbb{F}_2^g$ is injective and the images of $\rho \log$ and $\mathbb{P}\sigma$ are disjoint, then $C(\mathbb{Q}) = \{\infty\}$.

The condition that σ is injective guarantees that no information is lost when mapping to $\mathbb{F}_2^g$, whereas the disjointness condition can be used to show that on each residue disk, there is a suitable function λ_ω that vanishes only at the Weierstrass point (if present). The Weierstrass points are the points with $y = 0$, together with the point at infinity (in the odd degree case). For almost all curves in the sense of density 1, ∞ is the only Weierstrass point.

The equidistribution property of Theorem 3 tells us that the average number of nonzero preimages under σ of an element $v \in \mathbb{F}_2^g$ is $2^{-(g-1)}$. Applying this to $v = 0$ shows that σ is injective for a set of curves of density $1 - 2^{-(g-1)}$. Also, the image of $\mathbb{P}\sigma$ is usually small and varies rather randomly. It remains to show that the image of $\rho \log$ is sufficiently small on average, so that it is likely to miss the image of $\mathbb{P}\sigma$. To achieve this, we bound the size of the image of $\rho \log$ on each residue disk, and we prove a bound on the average number of residue disks. We obtain the following.

Lemma 5

1. The average number of 2-adic residue disks on curves in $\mathcal{F}_g$ is less than 3.
2. The average size of the image of $\rho \log$ is at most $6g + 9$.

Combining the two lemmas leads to the following result [8].

Theorem 6 Fix $g \geq 2$. Then the lower density of odd degree hyperelliptic curves C over $\mathbb{Q}$ of genus g such that $C(\mathbb{Q}) = \{\infty\}$ is at least $1 - (12g + 20)2^{-g}$.

So the proportion of such curves tends to 1 rather quickly as g tends to infinity. In that sense, 'most' odd degree hyperelliptic curves have the point at infinity as their only rational point.

By looking at certain special subfamilies of curves, we can also show that for all $g \geq 3$, the set of curves with $C(\mathbb{Q}) = \{\infty\}$ has strictly positive lower density.

Extending the results of Bhargava and Gross and our method sketched above, Shankar and Wang [9] have shown that for curves $y^2 = f(x)$ with $f(x)$ monic and of even degree, a proportion tending to 1 as $g \to \infty$ in a similar way as in Theorem 6 above have the two points at infinity as the only rational points. For general hyperelliptic curves of genus g (such that f has even degree and does not have to be monic), Bhargava, Gross and Wang [2] have shown that, as $g \to \infty$, only a proportion of $o(2^{-g})$ of all curves have rational points at all.

Bounds for the number of points in terms of the rank and the genus

Now we consider general hyperelliptic curves again. Heuristic considerations lead to the expectation that there should be a bound in terms of g and r for the number of points $P \in C(\mathbb{C})$ such that $\iota(P)$ is contained

in any fixed finitely generated subgroup $\Gamma \subset J(\mathbb{C})$ of rank r. This is an open conjecture. It would imply that $\#C(\mathbb{Q})$ is bounded in terms of g and the Mordell-Weil rank r (taking $\Gamma = J(\mathbb{Q})$). We will now sketch how this weaker statement can be obtained in the case that $r \leq g - 3$. For this, we will again use Chabauty's approach. Theorem 1 gives bounds for $\#C(\mathbb{Q})$ in terms of the rank r and the number $d(p)$ of p-adic residue disks, assuming that $r < g$. The problem with that in view of obtaining uniform bounds is that the number of residue disks is unbounded. In the previous section, this was not an issue, since we can show that the *average* number of residue disks is small, which is enough for density results. But now we want a bound for *all* curves (with fixed Mordell-Weil rank r).

The main idea for circumventing this problem is to consider a more general decomposition of $C(\mathbb{Q}_p)$. Instead of just writing it as a disjoint union of disks, we allow ourselves to use disks and p-adic 'annuli' (subsets that are analytically isomorphic to an open disk minus a closed subdisk). Then one can show that it is possible to cover $C(\mathbb{Q}_p)$ by a number of disks and a number of annuli that both can be bounded in terms of g only.

The other main ingredient is to obtain a bound for the number of rational points in a given annulus. It turns out that for any given annulus A, there is a subspace V_A of $\Omega_J(\mathbb{Q}_p)$ of codimension at most 2 such that we can prove a bound for the number of zeros of λ_ω on A as long as $\omega \in V_A$. So if $r \leq g - 3$ and V is the subspace of differentials killing the Mordell-Weil group, then $V \cap V_A$ will be nontrivial for every annulus A. Combining the bounds for disks and the new bounds for annuli, we then obtain the following result [12].

Theorem 7 Let C be a hyperelliptic curve over $\mathbb{Q}$ of genus g and with Mordell-Weil rank $r \leq g - 3$. Then

$$\#C(\mathbb{Q}) \leq 8(r+4)(g-1) + \max\{1, 4r\} \cdot g\,.$$

More generally, there is a bound $R(d, g, r)$ depending on the degree $[K : \mathbb{Q}]$, the genus g and the Mordell-Weil rank r such that for every hyperelliptic curve C of genus g over a number field K such that $J(K)$ has rank r, we have $\#C(K) \leq R(d, g, r)$.

References

[1] Manjul Bhargava and Benedict Gross: The average size of the 2-Selmer group of Jacobians of hyperelliptic curves having a rational Weierstrass point. Preprint, arXiv:1208.1007v2.

[2] Manjul Bhargava, Benedict Gross and Xiaoheng Wang: Pencils of quadrics and the arithmetic of hyperelliptic curves (with an appendix by Tim and Vladimir Dokchitser). Preprint, arXiv:1310.7692v1.

[3] Claude Chabauty: Sur les points rationnels des courbes algébriques de genre supérieur à l'unité. *C. R. Acad. Sci. Paris* **212**, 882–885 (1941).

[4] Robert F. Coleman: Effective Chabauty. *Duke Math. J.* **52**:3, 765–770 (1985).

[5] G. Faltings: Endlichkeitssätze für abelsche Varietäten über Zahlkörpern. *Invent. Math.* **73**:3, 349–366 (1983). Erratum in: *Invent. Math.* **75**, 381 (1984).

[6] William G. McCallum: On the method of Coleman and Chabauty. *Math. Ann.* **299**:3, 565–596 (1994).

[7] L.J. Mordell: On the rational solutions of the indeterminate equations of the third and fourth degrees. *Cambr. Phil. Soc. Proc.* **21**, 179–192 (1922).

[8] Bjorn Poonen and Michael Stoll: Most odd degree hyperelliptic curves have only one rational point. Preprint, arXiv:1302.0061.

[9] Arul Shankar and Xiaoheng Wang: Average size of the 2-Selmer group of Jacobians of monic even hyperelliptic curves. Preprint, arXiv:1307.3531v2.

[10] Michael Stoll: Implementing 2-descent for Jacobians of hyperelliptic curves. *Acta Arith.* **98**:3, 245–277 (2001).

[11] Michael Stoll: Independence of rational points on twists of a given curve. *Compos. Math.* **142**:5, 1201–1214 (2006).

[12] Michael Stoll: Uniform bounds for the number of rational points on hyperelliptic curves of small Mordell-Weil rank. Preprint, arXiv:1307.1773.

[13] André Weil: L'arithmétique sur les courbes algébriques. *Acta Math.* **52**:1, 281–315 (1929).

Cinderella - Dynamische Geometrie für Schulen, Universitäten, Ausstellungen und Museen

A. Matt
(Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach)

matt@mfo.de

Cinderella

Die Dynamische Geometrie-Software Cinderella gibt es seit über 15 Jahren. Seit September 2013 steht sie in ihrer Komplettversion kostenlos unter `cinderella.de` zum Download zur Verfügung; ein guter Grund das Programm erneut ins Rampenlicht zu stellen und dessen Einsatzmöglichkeiten im Unterricht und in der Mathematikkommunikation zu beleuchten.

Das Programm Cinderella ist ein Spezialist der Dynamischen Geometrie, da es auf einem stark fundierten mathematischen Hintergrund aufbaut [1], siehe Abbildung 1. Es wurde von Jürgen Richter-Gebert und Ulrich Kortenkamp entwickelt und wird von beiden ständig erweitert. Die Besonderheiten des Programms sind, neben der mathematischen Grundlage die Unterstützung nichteuklidischer Geometrien und die Möglichkeit Grafiken einzubinden, Musik zu erzeugen und Physiksimulationen zu erstellen [2].

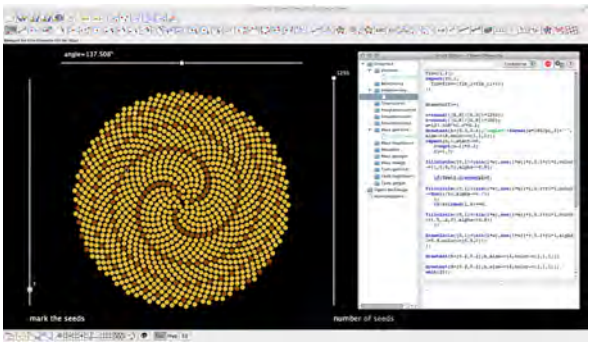


Abbildung 1: *Benutzeroberfläche von Cinderella, links die Zeichenoberfläche und rechts das Fenster für die Programmierung eigener Skripte*

Zusätzlich bietet Cinderella erweiterte Eingabe- und Steuermöglichkeiten an, wie z. B. die Unterstützung für Multi-Touch-Bildschirme und die Gestensteuerung LEAP oder die Einbindung der Sensordaten von iPhones. Cinderella ist in Java geschrieben und weist auch eine Exportoption der erstellen Konstruktionen für Webseiten auf. Es steht zum kostenlosen Download für Linux, Mac und Windows zur Verfügung. Die Benutzeroberfläche ist in 15 Sprachen übersetzt. Im Jahr 2012 erschien die zweite überarbeitete Auflage des umfangreichen Cinderella-Handbuchs [3].

Neben der Programmumgebung selbst gibt es eine Vielzahl an ausgearbeiteten Konstruktionen, die mit Cinderella erstellt wurden und unter einer offenen Lizenz frei angeboten werden. Diese interaktiven Experimente werden erfolgreich in der Lehre, im schulischen als auch im universitären Umfeld, eingesetzt. Seit dem Jahr der Mathematik 2008 finden sie aber auch immer mehr in Mathematik-Museen und -Ausstellungen Anwendung, um einer breiten Öffentlichkeit auf anschauliche und partizipative Art und Weise Mathematik näher zu bringen.

Cinderella in Schulen und Universitäten

Dynamische Geometrie-Software wird vor allem in Schulen eingesetzt. Lehrerinnen und Lehrer können auf eine große Sammlung an Cinderella-Beispielen zugreifen und selbst Programme für den Schulunterricht entwerfen. Online-Plattformen wie *Intergeo* und *Open Discovery Space* bieten eine Datenbank, um Programme zu finden und auch die Möglichkeit eigene Entwürfe anderen zur Verfügung zu stellen.

Die Programmesammlung *Mathe Vital*, die von Jürgen Richter-Gebert entwickelt wurde, erhielt 2008 den mediendidaktischen Hochschulpreis Medida-Prix. Sie bietet interaktive Cinderella-Applets für Vorlesungen wie Lineare Algebra I und II, das Buch Geometriekalküle [4] und behandelt auch Themen wie mathematische Strukturen der Musik und die Verbindung von Mathematik und Pflanzen. Ich selbst habe Cinderella in der Vorlesung „Interaktive Kunst und Wissenschaft“ von 2011 bis 2012 am Instituto Tecnológico de Buenos Aires eingesetzt. Die Studentinnen und Studenten aus den Fächern Mathematik, Informatik und Ingenieurwissenschaften hatten die Aufgabe als Projektarbeit ein interaktives Exponat für ein Museum zu erstel-

len. Mehrere Projekte wurden mit Cinderella entwickelt, darunter ein Tischtennis-Spiel mit beeinflussbaren Physikparametern und ein Programm zum Malen mit Musik [5]. In eigenen Cinderella-Schulworkshops, siehe Abbildung 2, wurden Beispiele aus den oben genannten Sammlungen verändert und eigene Ideen umgesetzt. Die Cinderella-Skriptsprache CindyScript eignete sich dabei gut, um eine Einführung in das Programmieren zu geben.

Abbildung 2: *Cinderella-Workshop mit einer Schulklasse in Buenos Aires*

Im Dezember 2013 startete die *IMAGINARY-Entdeckerbox*, gefördert von der Klaus-Tschira-Stiftung. Sie beinhaltet 25 Objekte zu interaktiver Mathematik für Schulen, darunter auch eine Live-DVD mit der Vollversion von Cinderella und erstmals der kompletten Sammlung der Cinderella-Applets aus dem Deutschen Museum. Alle Inhalte der Box können frei heruntergeladen oder für die reinen Produktionskosten bestellt werden.

Web-Referenzen:
`www.i2geo.net`
`www.opendiscoveryspace.eu`
`www.mathe-vital.de`
`www.imaginary.org/entdeckerbox`

Cinderella in Ausstellungen und Museen

Cinderella-Konstruktionen sind seit Dezember 2007 Bestandteil der interaktiven Wanderausstellung *IMAGINARY* [6] des Mathematischen Forschungsinstituts Oberwolfach. Das Exponat besteht aus 35 Cinderella-Beispielen in den sieben Bereichen Kurven, Symmetrien, Chaos, Fraktale, Moiré, Kinematik und Simulation. Sie werden über einen großen Touch-Screen bedient. Neben der interaktiven Bedienfläche sind kurze Erklärungstexte zum mathematischen Hintergrund des jeweiligen Beispiels angebracht. Die Vielfalt der Konstruktionen und die intuitive Bedienung wurden bei den Besucherinnen und Besuchern der Ausstellung begeistert aufgenommen. Das Exponat wurde in mehr als 70 Ausstellungen in 15 Ländern gezeigt und ins Englische, Spanische, Katalanische, Portugiesische und Russische übersetzt, siehe Abbildung 3.

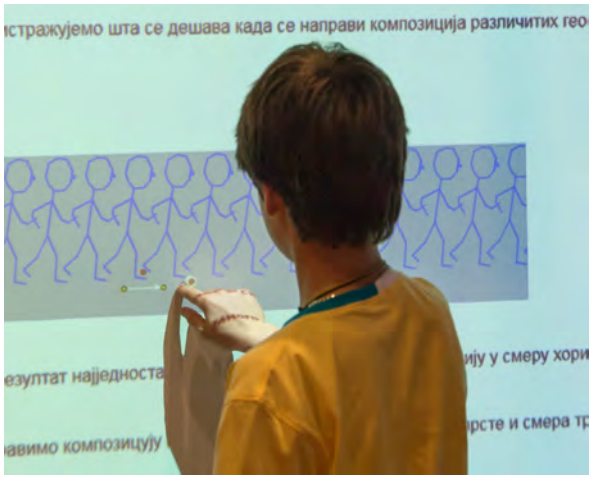


Abbildung 3: *Applet zur Erklärung von Verschiebungssymmetrien bei der IMAGINARY-Ausstellung in Moskau*

Im *ix-Quadrat*, einer permanenten Mathematikausstellung zum Anfassen an der TU München, kommt Cinderella mehrfach zum Einsatz. In einem mit Cinderella erstellten Computerprogramm können Platonische Körper ineinandergeschachtelt werden, um deren Zusammenhang untereinander experimentell zu erfahren.

Im Jahr 2010 eröffnete das *MiMa*, Museum für Mineralien und Mathematik, in Oberwolfach. Jürgen Richter-Gebert hat für das MiMa eine eigene Cinderella-Sammlung konzipiert, die in 24 Applets speziell auf die Themen Symmetrien, Kristallstrukturen, Atomgitter und Strukturbildung eingeht, siehe Abbildung 4. Darunter z. B. ein Applet, mit dem man das Kristallwachstum im Zweidimensionalen interaktiv betrachten kann. Man sieht positiv und negativ geladene Teilchen, die sich in einer Ebene bewegen können. Radius und Ladung der Teilchen sind frei veränderbar. Je nach Wahl der Parameter bilden sich hierbei die unterschiedlichsten regulären und irregulären Strukturen aus.

Cinderella wird aber nicht nur in Museen sondern auch für „mathematisches Graffitti“ eingesetzt, siehe Abbildung 5. Die Berechnung dieses anamorphen Bodenbildes wurde von Studenten und Studentinnen für den Tag der Mathematik der TU München mit Cinderella durchgeführt.

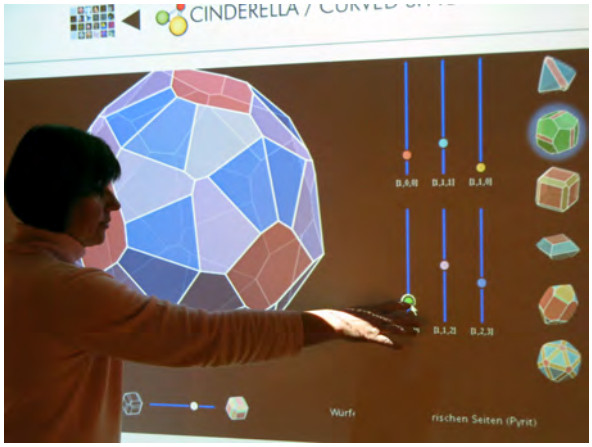


Abbildung 4: *Symmetrische Polyeder erstellen: Cinderella-Applet im MiMa-Museum in Oberwolfach*

Abbildung 5: *Anamorphe Bodengraphik beim Tag der offenen Tür an der TU München*

Im Mathematischen Kabinett des *Deutschen Museums* in München ist seit Juli 2011 ein Touch-Screen mit 32 Cinderella-Experimenten installiert, die von Jürgen Richter-Gebert programmiert wurden, siehe Abbildung 6. Die Besucherinnen und Besucher des Museums können z. B. mit einem Roboter spielen, der in einem Treppenhaus auf- und abläuft, mit den Planetenbahnen rund um eine oder mehrere Sonnen experimentieren, Fischschwärme beobachten und die Schwarmgröße anpassen, symmetrische Objekte erforschen oder Sonnenblumen wachsen lassen. Erstmals wurden auch mathematische Knobelspiele mit aufgenommen, wie z. B. Sudoku oder das 14/15-Puzzle. Seit 2012 gibt es auch eine permanente Cinderella-Installation im Science-Center *Experiminta* in Frankfurt.

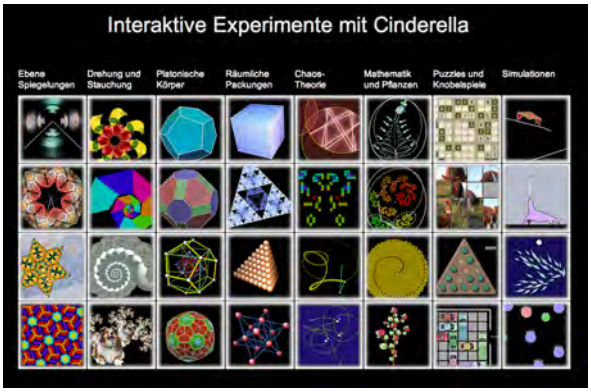


Abbildung 6: *Cinderella-Installation im Mathematischen Kabinett des Deutschen Museums in München*

Web-Referenzen:

`www-m10.ma.tum.de/ix-quadrat/`
`www.mima.museum/cinderella`
`imaginary.org/program/cinderella-applets`
`www.deutsches-museum.de`
`www.experiminta.de`

Wieso eignet sich Cinderella besonders gut für Ausstellungen und Museen? Zum einen, da es relativ einfach ist, mit Cinderella ein intuitives und graphisch ansprechendes Applet zu erstellen, zwei wichtige Grundeigenschaften für den Einsatz in Museen. Bilder können auf die geometrischen Objekte gelegt werden und Schieberegel und andere Steuerelemente selbst geometrisch erstellt werden. Zum anderen laufen Cinderella-Applets stabil, d.h. sie sind auch für einen wartungsarmen Museumsbetrieb geeignet, und sie können als Vollbild-Applet im so genannten Kiosk-Modus angezeigt werden, damit die Benutzerinnen und Benutzer in Museen das Programm nicht verlassen oder beenden können. Die Applets werden dafür in einen Web-Browser eingebettet und über ein Plug-in im Vollbildmodus angezeigt.

Zusammenfassung und Ausblick

Cinderella steht kostenfrei zur Verfügung und kann nicht nur für die Lehre, sondern auch zur Erstellung interaktiver Applets für Ausstellungen und Museen verwendet werden. Die frei erhältlichen und hochqualitativen Cinderella-Beispiele in verschiedenen Sprachen laden ein, sich mit mathematischen Zusammenhängen zu befassen und auch selbst Experimente zu erstellen. Für eine verbesserte Anwendung von Cinderella auch online in Web-Browsern wird gerade an einer Portierung von Cinderella nach Java-Script gearbeitet.

Für den International Congress of Mathematicians (ICM) im August 2014 in Seoul ist eine IMAGINARY-Ausstellung geplant, die u. a. eine Zusammenstellung der besten Cinderella-Applets präsentiert. Wir würden uns freuen, wenn Sie sich mit Ideen für neue Konstruktionen beteiligen.

Literatur

[1] Ulrich Kortenkamp: Foundations of Dynamic Geometry. *Ph.D. thesis. ETH Zürich.*, 1999.

[2] Ulrich Kortenkamp und Jürgen Richter-Gebert: Cinderella.2 - Geometrie und Physik im Dialog. *Computeralgebra-Rundbrief, Sonderheft zum Jahr der Mathematik*, 12-14, 2008.

[3] Jürgen Richter-Gebert und Ulrich Kortenkamp: Cinderella 2.0. *Springer*, 2012.

[4] Jürgen Richter-Gebert und Thorsten Orendt: Geometriekalküle. *Springer-Lehrbuch*, 2009.

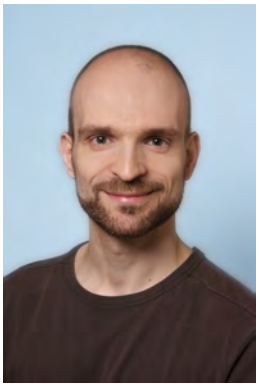
[5] Antonio Q. Rincón, Mariano Merchante, et al.: Experiencias en Artes Interactivas Física–Música–Lingüística-Movimiento corporal. *Proceedings of ECIMAG, Buenos Aires*, September 2011.

[6] Gert-Martin Greuel und Andreas D. Matt: IMAGINARY - through the eyes of mathematics. *Exhibition Catalogue*, 2009.

The SYMBOLICDATA Project – from Data Store to Computer Algebra Social Network

H.-G. Gräbe, A. Nareike
(Universität Leipzig)

graebe@informatik.uni-leipzig.de
nareike@informatik.uni-leipzig.de



Introduction

A powerful digital research *infrastructure* becomes increasingly important in today's networked and interlinked world. This includes digital support for dissemination of new papers, the refereeing process, conference submissions, and scientific communication within communities. Services such as MathSciNet, arXiv.org, EasyChair.org, or bibsonomy.org have been established and their usefulness is acknowledged by the larger scientific community.

Smaller academic communities, e.g. the Computer Algebra (CA) community, are challenged to organize their *intracommunity* communication infrastructure in a similar way. Infrastructural efforts are rarely acknowledged by the reputational processes of science, however, and are hence left to the casual engagement of volunteers unless led by leading-edge scientists of the community.

Open Source culture offers plenty of experience of how to substitute centrally organized projects by decentralized networked structures and indeed the new focus of SYMBOLICDATA version 3 is that of an intercommunity project, providing not only reliable access to data for testing and benchmarking purposes but also technical support for interlinking between different CA subcommunities.

Evolution

SYMBOLICDATA has been part of CA infrastructural efforts for almost 15 years. It grew out of a Special Session on Benchmarking at the 1998 ISSAC conference, where the participants were faced with a typical situation: Volunteers compiled a large database of Polynomial Systems with the goal to make it publicly available for testing and benchmarking of algorithms. At the end of the project people switched to other tasks and it became more and more problematic to access the data. Even worse, badly cloned copies of the data were disseminated and after a while it was hard to decide e.g. what exactly 'Katsura-5' means – is it about the example from the well-known series with 5 variables $y_1, \ldots, y_5$ or with 6 variables $x_0, \ldots, x_5$?

The SYMBOLICDATA Project started in 1999 on that basis to build a reliable and sustainably available reference of Polynomial Systems data, to extend and update it, to collect metainformation about the records, and also to develop tools to manage the data and to set up and run testing and benchmarking computations on the data. A first implementation with data from Polynomial Systems Solving and Geometry Theorem Proving was realized by Olaf Bachmann and Hans-Gert Gräbe in 1999 and 2000. Data from other fields, by CoCoA, Singular, V. Levandovskyy, and R. Hemmecke, were added later and the Web site `symbolicdata.org` sponsored by Fachgruppe Computeralgebra went online in 2005. The project joined forces with the Agile Knowledge Engineering and Semantic Web (AKSW) Group at Leipzig University [1] in 2009 to strongly refactor the data along standard Semantic Web concepts based on the Resource Description Framework (RDF). These efforts were endorsed in 2012 by a Saxonian E-Science Initiative grant for A. Nareike. The new SYMBOLICDATA data and tools were released as version 3 in September 2013.

Resources

The SYMBOLICDATA data collection currently contains resources from Polynomial Systems Solving (390 records, 633 configurations), Free Algebras (83 records), G-Algebras (8 records), GeoProofSchemes (297 records), and Test Sets from Integer Programming (28 records). These resources are stored in a flat XSchema based XML syntax using well-established syntaxes for the internal data.

The move to RDF within the E-Science Project actually strengthened the part of SYMBOLICDATA *not* involved with Polynomial Systems Solving through a consequent distinction between data (owned and maintained by different CA subcommunities) and metadata.

RDF Basics

One of the main advances with version 3 of SYMBOLICDATA is the overall introduction of Linked Data concepts and RDF notations for the metadata. RDF [2] is a data model which stores information as *triples*

s p o .

which are considered a *sentence* with subject s, predicate p and object o. Subjects and predicates are URIs

(Uniform Resource Identifiers) while objects (or 'values') can be a URI or a literal (a string in quotes). There are shortcut notations of RDF, e.g. RDF-XML, JSON, or Turtle, and plenty of tools and parsers for the different formats.

As an example assume there is a resource at

```
http://symbolicdata.org/XMLResources/IntPS/
  Czapor-86c.xml
```

that represents the XML record about the polynomial system

$$x^2 + y\,z\,a + x\,d + g\,,$$
$$y^2 + x\,z\,b + y\,e + h\,,$$
$$z^2 + x\,y\,c + z\,f + k$$

known as *Czapor-86c*. Such a polynomial system can be interpreted differently as polynomial ideal in different polynomial rings (see below).

We are going to store properties of the interpretation of that polynomial system as ideal

$$I \subset \mathbb{Q}[x, y, z, a, b, c, d, e, f, g, h, k]$$

(an *ideal configuration*, associated with that record) as new RDF subject. First, a new URI has to be assigned to such a new subject (using a sound naming scheme, not discussed here):

```
<http://symbolicdata.org/Data/Ideal/
  Czapor-86c.Flat>
```

or `sdideal:Czapor-86c.Flat` for short.

Now we can assign metainformation to that subject. Some of these properties can be extracted directly from the XML resource, others have to be calculated. Here is the record in Turtle notation:

```
sdideal:Czapor-86c.Flat a sd:Ideal ;
  rdfs:comment "Flat variant of Czapor-86c" ;
  sd:createdAt "1999-08-27" ;
  sd:createdBy sdp:Bachmann_O ;
  sd:hasDegreeList "3,3,3" ;
  sd:hasLengthsList "4,4,4" ;
  sd:relatedPolynomialSystem sdpol:Czapor-86c ;
  sd:hasVariables "x,y,z,a,b,c,d,e,f,g,h,k" .
```

This record contains 8 triples in Turtle shortcut notation. Since all triples share the same subject (the first line), Turtle compacts the notation by separating property–value pairs to the same subject with a semicolon. The `sd:`, `sdp:`, `sdideal:` and `sdpol:` prefixes are abbreviations for name-space prefixes.

The configuration above refers to Polynomial System `sdpol:Czapor-86c`, described by the RDF record

```
sdpol:Czapor-86c a sd:IntegerPolynomialSystem ;
  sd:createdAt "1999-03-26" ;
  sd:createdBy sdp:Graebe_HG ;
  sd:relatedXMLResource <http://symbolicdata.org/
    XMLResources/IntPS/Czapor-86c.xml> .
```

In other words, the *Czapor-86c.Flat* configuration is derived from the 'true' *Czapor-86c* example, that is, it is the ideal

$$I' \subset S' = \mathbb{Q}(a, b, c, d, e, f, g, h, k)[x, y, z]$$

generated by the same polynomials. Geometrically it represents a complete intersection of three (generic affine) quadrics over the field of rational functions in the given parameters. There is also a record on that configuration:

```
sdideal:Czapor-86c a sd:Ideal ;
  sd:createdAt "1999-03-26" ;
  sd:createdBy sdp:Graebe_HG ;
  sd:hasDegreeList "2,2,2" ;
  sd:hasLengthsList "4,4,4" ;
  sd:hasDegree "8"^^xsd:integer ;
  sd:hasDimension "0"^^xsd:integer ;
  sd:hasParameters "a,b,c,d,e,f,g,h,k" ;
  sd:parameterize <http://symbolicdata.org/Data/
    Ideal/Czapor-86c.Flat> ;
  sd:hasVariables "x,y,z" .
```

It is derived from the *Czapor-86c.Flat* configuration by parameterization with respect to the given parameters (see below for details). Note that the degree lists of *Czapor-86c.Flat* and *Czapor-86c* are different. The record contains some more metainformation: S'/I' is zero-dimensional and has degree 8.

Using RDF

To operate on RDF data the knowledge bases (called *RDF Graphs*) have to be uploaded into an *RDF triple store*. SYMBOLICDATA uses the Virtuoso triple store [3] that provides also a SPARQL endpoint [4] to query the data. SPARQL is an RDF query language with syntax and expressive power similar to SQL for classical relational databases. The following example query shall suffice here; it lists all `sd:Ideal` entries with precompiled dimension, degree and lengths:

```
PREFIX sd: <http://symbolicdata.org/Data/Model#>
SELECT ?a ?dim ?deg ?ll WHERE {
  ?a a sd:Ideal .
  ?a sd:hasDimension ?dim .
  ?a sd:hasDegree ?deg .
  ?a sd:hasLengthsList ?ll
}
```

Modelling Polynomial Systems

RDF provides metainformation in an interoperably searchable way but still has to be applied in a domain-specific way to model topics from CA subcommunities. We explain such aspects of SYMBOLICDATA modelling again on the topic of Polynomial Systems. Similar considerations are required to model any other part of the SYMBOLICDATA database and the SYMBOLICDATA wiki [5] gives details about modelling other data (Free Algebras, G-Algebras, Geometry Proof Schemes etc.).

Polynomial Systems XML resources store lists of polynomials in distributive normal form with integer coefficients together with a complete list of variables (and, for modular systems, the modular base domain $GF(p)$). Hence even modular polynomial systems can

be semantically considered as set $F = \{f_1, \ldots, f_s\}$ of polynomials in $S = \mathbb{Z}[x_1, \ldots, x_n]$ in the indeterminates $x_1, \ldots, x_n$ listed in the record.

Polynomial Systems Solving considers polynomial systems in different contexts. We have already shown how to construct the *Czapor-86c* ideal from the *Czapor-86c.Flat* resource. This is an example for a standard kind of interpretation where we divide indeterminates $x_1, \ldots, x_n$ into disjoint subsets $u_1, \ldots, u_k$ and $z_1, \ldots, z_m$ and consider the ideal

$$I' \subseteq S' = R(u_1, \ldots, u_k)[z_1, \ldots, z_m]$$

generated by the images of $f_1, \ldots, f_s$ in S' over the base coefficient field R. Here $u_1, \ldots, u_k$ are considered as parameters and $z_1, \ldots, z_m$ as variables. R is usually the field $\mathbb{Q}$ of rationals or a modular field $GF(p)$ (other settings are possible). S has the universal property that the canonical map on the indeterminates extends to a ring homomorphism $S \to S'$ in a unique way. We call such an interpretation of a Polynomial System resource as ideal generators in a polynomial rings S' *(ideal) configuration*. (Such configurations can be derived not only from Polynomial System resources but from other configurations as well.)

While SYMBOLICDATA version 2 would store each configuration as a new resource, version 3 foresees (polynomial-time) transformations to express their relation to the basic resource.

The `sd:homogenize` transformation derives a new configuration by homogenization (with respect to standard grading). Given the configuration F in S' and a new variable h we generate the homogenized polynomials $F^h = \{f_1^h, \ldots, f_s^h\}$ in

$$S'' = R(u_1, \ldots, u_k)[z_1, \ldots, z_m, h]$$

and the ideal I'' generated by F^h in S''. There is a natural ring homomorphism $\phi : S'' \to S'$ mapping $h \to 1$ and the polynomials $f_1^h, \ldots, f_s^h$ are called the *pull-back polynomials* of $f_1, \ldots, f_s$ with respect to ϕ. Note that the pull-back ideal $\phi^{-1}(I')$ contains the pull-back polynomials but is not necessarily generated by them.

The `sd:flatten` transformation constructs new configurations by flattening. In particular polynomial systems coming from Geometry Theorem Proving have a natural interpretation as generators of ideals

$$I' \subseteq S' = \mathbb{Q}(u_1, \ldots, u_k)[z_1, \ldots, z_m]$$

since the indeterminates can be divided into independent and dependent ones [6]. If $f_1, \ldots, f_s$ are denominator-free there is a natural interpretation

$$F = \{f_1, \ldots, f_s\} \subset S = R[u_1, \ldots, u_k, z_1, \ldots, z_m]$$

and another pull-back homomorphism $S \to S'$ that relates the ideal I' generated by F in S' to the ideal I generated by the pull-back images of F in S. The configuration F in S is obtained by *flattening* from the configuration F in S'. Also in this case the pull-back polynomial images do not necessarily generate the full pull-back ideal $\phi^{-1}(I')$ in S.

The `sd:parameterize` transformation does the opposite: it derives F in S' from F in S with respect to a given subset $\{u_1, \ldots, u_k\} \subset \{x_1, \ldots, x_n\}$ of the indeterminates considered as parameters. This corresponds to a ring push-forward operation $\phi : S \to S'$. By definition the push-forward polynomials generate the (possibly trivial) push-forward ideal $I' = \phi(I)\, S'$.

In the future we plan to add an `sd:substitute` mode that creates a new configuration by substituting some of the variables by integer values.

A complete list of transformation modes can be obtained by the SPARQL query

```
PREFIX sd: <http://symbolicdata.org/Data/Model#>
select distinct ?p
from <http://symbolicdata.org/Data/
     PolynomialSystems/>
where {
   ?a a sd:Ideal .
   ?b a sd:Ideal .
   ?a ?p ?b .
}
```

Compared with former SYMBOLICDATA versions the only restriction is that semantic-aware tools (which 'know' what a polynomial is) are required to generate configurations from given basic ones. We believe this is not a real restriction since for serious computations on Polynomial Systems semantic-aware tools are required in any case. Such tools also have to provide a Polynomial Systems parser to input the basic XML examples. With your favorite CA software being aware of polynomial semantics it should be easy to implement the transformation modes required to obtain the different configurations. As a proof-of-concept, A. Nareike compiled the *sdsage package* [7] to be integrated with the Sagemath system [8].

Navigation within the Polynomial Systems Data

Special semantic knowledge is also required for navigation and identification of data. This topic is particularly important for intercommunity communication since one cannot expect researchers to be familiar with common practices of the different subcommunity. For a case-in-point let us again turn to Polynomial Systems Solving.

It is one of the challenges to check whether a Polynomial System configuration obtained from an external source is contained in the database, since the 'same' configuration may be given by polynomials with different variable sets and in different term orders. Thus for navigational purposes *fingerprints* of Polynomial System configurations are required that are independent of variable names and term orders. For a polynomial $0 \neq f \in S' = R(u_1, \ldots, u_k)[z_1, \ldots, z_m]$, invariants may be derived from the set $T(f)$ of terms. Every such polynomial has a distributive normal representation

$$f = \sum_{\alpha \in \mathbb{N}^m} c_\alpha \cdot z^\alpha, \quad \begin{array}{l} c_\alpha \in R(u_1, \ldots, u_k), \\ z^\alpha = z_1^{\alpha_1} \cdot \ldots \cdot z_m^{\alpha_m}, \end{array}$$

and $T(f) = \{z^\alpha : c_\alpha \neq 0\}$ is independent of the term order (but not of the variable names). There are two invariants that are well-defined for f regardless of variable names and orders – the number $|T(f)|$ of terms (the *length* of the polynomial f) and the pattern of the total degrees $(\deg(z^\alpha) : c_\alpha \neq 0)$ of the terms in $T(f)$. In particular, for $0 \neq f$ the maximum degree $\deg(f) = \max(\deg(z^\alpha) : c_\alpha \neq 0)$ is well-defined.

We use ordered lists of polynomial lengths and of maximum degrees as fingerprints of configurations and provide them precompiled as part of the metadata for a given configuration. Such a fingerprint can easily be computed by almost all semantic-aware tools. While configurations with different fingerprints are definitely distinct, there can be different examples with the same fingerprint. Although the fingerprint method could be refined there was no need so far, since the examples with equal fingerprints are rare and can easily be inspected by hand. The SPARQL query

```
PREFIX sd: <http://symbolicdata.org/Data/Model#>
select distinct ?ll ?dl count(?a)
from <http://symbolicdata.org/Data/
  PolynomialSystems/>
where {
  ?a a sd:Ideal .
  ?a sd:hasLengthsList ?ll .
  ?a sd:hasDegreeList ?dl .
} order by desc(count(?a))
```

returns a complete list of the number of configurations in the database with given fingerprints.

Background Information – SYMBOLICDATA meets Linked Data

One of the visions of the SYMBOLICDATA Project was to collect not only benchmark and testing data but also valuable background information about the records in the database, e.g. information about papers, people, history, systems, concerned with the examples in our collection. RDF is particularly suited for this, for it provides both the concept of typeless URIs within a typed world to point to resources of different types in a uniform way and it allows linking to foreign URIs in other databases to build up a semantic network with many nodes where the node at `symbolicdata.org` is only one in the multitude of nodes of such a (distributed) Computer Algebra Social Network.

Whereas the second possibility remains a challenge for future extensions we use the former concept to represent background information as RDF records of type `sd:Annotation` with predicates

- `rdfs:label` – a label for the annotation,
- `rdfs:comment` – a text field for the annotation,
- `sd:relatesTo` – (multiple) URIs pointing to interrelated records.

For example, the SPARQL query

```
select ?a
from <http://symbolicdata.org/Data/
     Annotations/>
where {
  ?a a sd:Annotation .
  ?a sd:relatesTo
     <http://symbolicdata.org/Data/
       Ideal/Sym1_211> .
}
```

finds all annotations related to the ideal *Sym1_211*.

For historical reasons there are presently two kinds of annotations, but the new concept is not restricted to that. The first kind with namespace prefix

```
http://symbolicdata.org/Data/Annotation/BIB.
```

(including the period) relates bibliographical entries of type `sd:Reference` from the SYMBOLICDATA knowledge base *Bibliography* to different data records. We provide links to (at the moment) three providers of bibliographical information:

- CiteSeer at `http://citeseer.ist.psu.edu`,
- the Groebner Bases Bibliography at `http://www.risc.jku.at`, and
- the Zentralblatt at `http://www.zentralblatt-math.org`.

A typical record of a bibliographical reference has the following structure:

```
sdb:Canny_93a a sd:Reference;
  dct:creator sdp:Canny_JF,
       sdp:Manocha_D ;
  dct:issued "1993"^^dct:W3CDTF ;
  dct:title "MultiPolynomial
       Resultant Algorithms" ;
  sd:hasCSentry
     <http://citeseer.ist.psu.edu/viewdoc/
       summary?doi=10.1.1.38.1735> ;
  sd:hasGBBentry
     <http://www.risc.jku.at/
       Groebner-Bases-Bibliography/
       details.php?details_id=465> ;
  sd:hasZBentry
     <http://www.zentralblatt-math.org/
       zmath/en/search/?q=an:0778.13023
       &format=complete> ;
  sd:lastModified "2004-08-28" .
```

In particular we provide author information (field `dct:creator`) as references into our *People* knowledge base. It is thus easy to find the papers of a given person that refer to a particular record. We started an alignment of our people knowledge base with the author URIs provided by the Zentralblatt to offer even more search flexibility in the future. The same applies to our collection of references to CAS descriptions that is completely aligned with *swmath* [9].

The second kind of annotations provides background information in a stronger sense, see the `rdfs:comment` fields of the records shown so far for examples. We provide also a first experimental version of tags and keywords of annotations, but this requires further elaboration.

To be complete we mention that there is a third kind of annotation not yet incorporated into the new generic system of annotations, the *Geometry Problems Formulations* knowledge base relating records of type

sd:GeometryProblemFormulation and of type sd:GeoProofScheme.

Towards a Computer Algebra Social Network

From the five stars to be assigned to a Linked Data project according to Tim Berners-Lee's classification [10] SYMBOLICDATA earned four stars so far (for offering data in interoperable RDF format on the web and providing a SPARQL-queryable triple store). To earn the fifth star one has to build up stable semantic relations to foreign knowledge bases and thus become part of the Linked Open Data Cloud [11].

Much of such interrelation, e.g. a list of interoperability references for people and bibliographical data with the Zentralblatt, is on the way as indicated in the last section. Second, we joined forces with the efforts of the board of the Fachgruppe to store and provide information about people and groups working on CA topics in Germany at their new Wordpress-driven web site [12]. We developed a first prototype to store this information in RDF format as another knowledge base in the SYMBOLICDATA database, to extract it by means of SPARQL queries and to include it into the web site by the Wordpress shortcode mechanism via a special Wordpress plugin. The same technique is used to maintain informations about upcoming conferences at this site.

The vision of a Computer Algebra Social Network goes far beyond that:

- Maintain at your local site up-to-date information about your working group and its people in a consistent RDF format as e.g. the AKSW team does at http://aksw.org/Team.html.
- Maintain a 'foaf:ProfileDocument' at a personal page containing all important public up-to-date information about your activities in a consistent RDF format as e.g. the AKSW team member Natanael Arndt does at http://aksw.org/NatanaelArndt.html.
- Organize a regular harvesting process within the CA community for such information to feed common pages at sites as e.g. http://www.computeralgebra.de, and to substitute part of the information centrally stored at SYMBOLICDATA today by decentrally managed one.
- Set up and run within the CA community a semantic-aware Facebook-like Social Network and contribute to it about all topics around Computer Algebra using tools that express your contributions in an RDF-based syntax.

The last point sounds quite visionary but it is in no way utopic. The AKSW team provides a first prototype of a tool that realizes the challenging concept of a *Distributed Semantic Social Network* [13] running, in contrast to Facebook, on a multitude of nodes all over the world. Since the concept works also with a single node and can be extended later on, we set up such a node at symbolicdata.org for testing, see our CASN wiki page for more information. Even if all this is very pre-alpha yet, the future is already on the way. Don't miss the train.

References

[1] The Agile Knowledge Engineering and Semantic Web Group at Leipzig University. http://aksw.org/About.html [2014-02-19]

[2] J. Tauberer. Quick Intro to RDF. http://www.rdfabout.com/quickintro.xpd [2014-02-20]

[3] Virtuoso Open-Source Edition. http://virtuoso.openlinksw.com/ [2014-02-19]

[4] The SYMBOLICDATA SPARQL Endpoint. http://symbolicdata.org:8890/sparql [2014-02-19]

[5] The SYMBOLICDATA Project Wiki. http://symbolicdata.org/wiki [2014-02-19]

[6] H.-G. Gräbe: Geometrie mit dem Computer. Skript zur Vorlesung im Wintersemester 2010/11. http://www.informatik.uni-leipzig.de/~graebe/skripte/geometrie10.pdf [2014-02-28]

[7] A. Nareike. The SYMBOLICDATA sdsage package. http://symbolicdata.org/wiki/PolynomialSystems.Sage [2014-02-28]

[8] Sage – a free open-source mathematics software system. http://www.sagemath.org [2014-02-19]

[9] swMATH – an information service for mathematical software. http://swmath.org/ [2014-03-05]

[10] T. Berners-Lee. 5 ∗ Open Data. http://5stardata.info/ [2014-03-05]

[11] Linked Data. http://en.wikipedia.org/wiki/Linked_data [2014-03-05]

[12] Website of Fachgruppe Computeralgebra http://www.fachgruppe-computeralgebra.de/ [2014-03-06]

[13] S. Tramp et al. DSSN: towards a global Distributed Semantic Social Network. http://aksw.org/Projects/DSSN.html [2014-03-06]

Kubisch, quartisch und so weiter

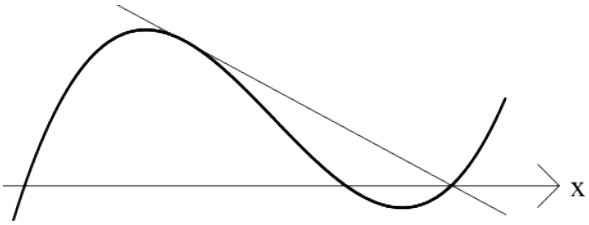
J. Meyer
(Hameln)

J.M.Meyer@t-online.de

Abstract: Eine bekannte Aufgabe zu kubischen Funktionen wird in verschiedenen Hinsichten auf Funktionen höheren Grades verallgemeinert.

Die folgende Aufgabe (nach Henn 2000; S. 31 f.) ist weithin bekannt:

Gegeben sei eine kubische Funktion mit drei reellen Nullstellen a, b und c. Die Tangente an der Stelle $(a+b)/2$ hat c als Nullstelle:



Wie lässt sich dieser – mit einem CAS einfach und schnell zu begründende – Sachverhalt auf Funktionen höheren Grades verallgemeinern? Beim Entdecken hilft GeoGebra und beim Begründen ein CAS.

1. Eine *erste Verallgemeinerung* geht aus vom umgekehrten Sachverhalt: Die durch den Punkt $(c,0)$ verlaufende Tangente an den Graphen hat $(a+b)/2$ als Berührstelle.

Dies lässt sich leicht auf Funktionen vom Grad 4 verallgemeinern: Hat eine solche die reellen (möglicherweise zusammenfallenden) Nullstellen a, b, c und d, also die Gestalt

$$f(x) = k(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)\,,$$

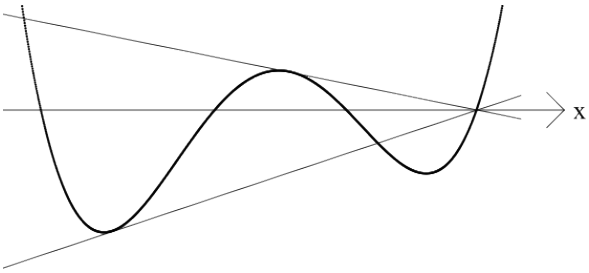
so hat die Tangente an der Stelle s die Gleichung

$$t(x) = f'(s)(x-s) + f(s)$$

und damit die Nullstelle $s - f(s)/f'(s)$. Diese stimmt genau dann mit d überein, wenn s die Gleichung

$$(s-d)^2(3s^2 + 2s\sigma_1 + \sigma_2) = 0$$

erfüllt; dabei seien $\sigma_1 = -(a+b+c)$ und $\sigma_2 = ab+bc+ca$ die elementar-symmetrischen Funktionen zu a, b, c. Es gibt somit zwei Stellen, an denen die zugehörige Kurventangente die Nullstelle d hat:



Wie sieht es aus mit Kurven vom Grad 5 und den reellen Nullstellen $a,\ldots,e$? Analoge Betrachtungen führen auf

$$s = (x-e)^2(4s^3 + 3s^2\sigma_1 + 2s\sigma_2 + \sigma_3)$$

mit den entsprechenden elementar-symmetrischen Funktionen.

Man erkennt das Bildungsgesetz: Hat eine Funktion die reellen Nullstellen $a_1, a_2, \ldots, a_n$ und bezeichnet σ_i die zu i Faktoren gehörige elementar-symmetrische Funktion zu $a_1, a_2, \ldots, a_n$ mit dem Vorzeichen $(-1)^i$, so hat die durch den Punkt $(a_n, 0)$ verlaufende Tangente an den Graphen die Nullstellen von

$$\sum_{i=1}^{n-1}(n-i)s^{n-i-1}\sigma_{i-1} = 0$$

als Berührstellen; dabei sei $\sigma_0 = 1$.

Das ist auch leicht einzusehen: Zu lösen ist $s - a_n = f(s)/f'(s)$. Wegen

$$f(s) = \left(\sum_{i=0}^{n-1}\sigma_i s^{n-1-i}\right)(s-a_n)$$

und daher

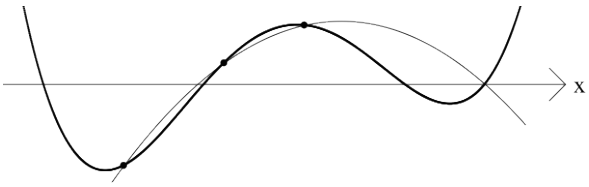
$$f'(s) = \left(\sum_{i=0}^{n-2}(n-1-i)\sigma_i s^{n-2-i}\right)(s-a_n) + \frac{f(s)}{s-a_n}$$

lässt sich die zu lösende Gleichung umformen zu

$$\left(\sum_{i=0}^{n-2}(n-1-i)\sigma_i s^{n-2-i}\right)(s-a_n)^2 = 0\,,$$

was zu zeigen war.

2. Eine zweite Verallgemeinerung geht von den arithmetischen Mitteln der Nullstellen aus. Eine kubische Funktion hat zu den Nullstellen a und b nur ein einziges arithmetisches Mittel; als ausgezeichnete Kurve kommt hier nur die Tangente in Betracht. Eine Funktion vom Grad 4 hat zu den drei Nullstellen a, b und c drei arithmetische Mittel; als ausgezeichnete Kurve durch die drei zugehörigen Punkte kommt die Parabel in Betracht, die durch eben diese drei Punkte verläuft. Man stellt fest und verifiziert mithilfe eines CAS, dass die Parabel tatsächlich d als Nullstelle hat:

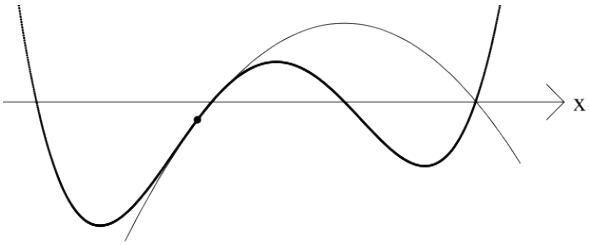


Hier ist eine Verallgemeinerung auf höhere Grade nicht mehr sinnvoll: Eine Funktion vom Grad 5 hat zu vier Nullstellen sechs verschiedene arithmetische Mittel, das zugehörige Interpolationspolynom daher den Grad 5. Folglich stimmt es mit dem Ausgangspolynom überein.

Eine Funktion vom Grad 6 hat zu fünf Nullstellen zehn verschiedene arithmetische Mittel, das zugehörige Interpolationspolynom hätte also den Grad 9. Da aber alle zu den arithmetischen Mitteln gehörigen Punkte auf der Ausgangskurve liegen, hat das Interpolationspolynom nur den Grad 6 und stimmt mit dem Ausgangspolynom überein.

Offensichtlich kann man für höhere Grade auch so argumentieren.

3. Eine dritte Verallgemeinerung geht von den arithmetischen Mitteln der Nullstellen aus. Eine Funktion mit 4 reellen Nullstellen hat zu drei Nullstellen ein einziges arithmetisches Mittel. Der zugehörige Punkt auf der Kurve hat als ausgezeichnete Kurve die Schmiegeparabel, die mit der Originalkurve die 0., 1. und 2. Ableitung gemeinsam hat. Die Schmiegeparabel verläuft durch die 4. Nullstelle der Ausgangsfunktion:



Allgemeine Begründung für höhere Grade: Man kann das Koordinatensystem so verschieben und strecken, dass die $n-1$ Nullstellen $a_1, a_2, \ldots, a_n$ als arithmetisches Mittel 0 haben und dass $a_n = 1$ ist. Dann ist die Schmiegekurve das Taylorpolynom p an der Stelle 0 vom Grad $n-2$.

Wegen

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-3} + \cdots + \sigma_{n-1}\right)(x-1) \\ &= x^n + \sigma_2 x^{n-2} + \cdots + \sigma_{n-1} x \\ &\quad -\left(x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-3} + \cdots + \sigma_{n-1}\right) \end{aligned}$$

ist die Schmiegekurve gegeben durch

$$p(x) = \sigma_2 x^{n-2} + \cdots + \sigma_{n-1} x - \left(\sigma_2 x^{n-3} + \cdots + \sigma_{n-1}\right);$$

sie hat die Eigenschaft

$$p(1) = \sigma_2 + \cdots + \sigma_{n-1} - \left(\sigma_2 + \cdots + \sigma_{n-1}\right) = 0\,,$$

was zu zeigen war.

Literatur

[1] Henn, H.-W. (2000): Analysisunterricht im Aufbruch. In: Der Mathematikunterricht, Jahrgang 46, Heft 4–5, S. 26–45.

mathemas ordinate ☞ www.ordinate.de

☎ 0431 23745-00/ ✉ -01 , info@ordinate.de ➜ Software for mathematical people !

☞ ***Mathematische Software u. Consulting*, MathType, Optica, ExtendSim, KaleidaGraph, Intel-Software, Fortran, NSBasic, @Risk, Chemistry, Satellitensteuerung u.a.** $\infty + \mu < \heartsuit$

$\int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \partial$

ma*themas* ordinate, Dipl. Math.Carsten Herrmann, M. Sc.
Königsbergerstr. 97, 24161 Altenholz

Fast 30 Jahre Erfahrung mit *Software*-Distribution !

Von der Geradenschar zur Kaustik

C. Stauch
(Gymnasium Coswig)

stauch@gymnasiumcoswig.de

Mathematikunterricht sollte problemorientiert und entdeckend sein, vernetztes Denken fördern und möglichst auch noch fachübergreifend wirksam werden. Probleme, die diesem Anspruch gerecht werden, gibt es genügend – nur sprengt ihre Diskussion und Modellierung häufig den Rahmen des Unterrichts – sowohl zeitlich als auch fachlich.

Das Problem, eine mathematische Beschreibung für den Verlauf der Hüllkurve einer Kaustik zu finden, ist hinreichend komplex, um die genannten Anforderungen zu erfüllen und trotzdem anschaulich verständlich und mit Schülern eines Mathematik-Leistungskurses und einem CAS in angemessener Zeit lösbar.

Das Einstiegsproblem

Im Leistungskurs Mathematik sind parametrisierte Aufgaben, z. B. die Betrachtung von Funktionsscharen, Unterrichtsalltag. Die folgende Aufgabe wurde von den Schülern nach angeregten Diskussionen gelöst.

Für jedes $a \in R$ ist die Gerade g_a durch die Punkte $P(-a|a)$ und $Q(1-a|1-a)$ festgelegt.

a) Stelle die Geradenschar geeignet mit dem Taschenrechner dar! Beschreibe den Verlauf!

b) Ermittle die Gleichung der Hüllkurve!

Die Gleichung der Geraden wird mithilfe der Zwei-Punkt-Form ermittelt. Mit einem grafikfähigen Taschenrechner bekommt man sehr schnell einen Eindruck vom Verlauf der Geraden. Die Vermutung einer quadratischen Hüllkurve liegt nahe.

Der rechnerische Nachweis kann z. B. folgendermaßen erfolgen:

$$g_a : y = (-2a+1)x - 2a(a-1); \frac{dg}{da} = -2x - 4a + 2 = 0$$
$$\iff a = -0.5x + 0.5.$$

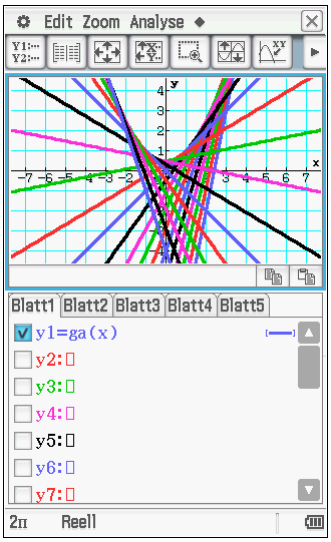
Durch Einsetzen erhält man die Gleichung der Hüllkurve

$$h(x) = 0.5x^2 + 0.5.$$

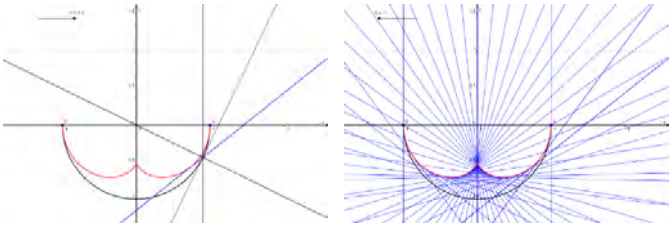
Anwendung in der Physik

Parabolische Hohlspiegel fokussieren im Idealfall das parallel zur optischen Achse einfallende Licht in den Brennpunkt. Durch Abbildungsfehler entsteht eine Kaustik, d. h. ein Raum, in den das Licht fokussiert wird. Oft bezeichnet man auch nur die Begrenzung als Kaustik.

In der Praxis verwendet man häufig sphärische Hohlspiegel, die einfacher herzustellen sind, aber prinzipbedingt eine Kaustik erzeugen. Ein sphärischer Hohlspiegel ist Teil einer Kugelfläche, d. h. bei Projektion in die Ebene erhalten wir einen Kreisbogen.



Modelliert man den Hohlspiegel durch eine Funktion f mit $f(x) = -\sqrt{1-x^2}$, $|x| < 1$, so kann das Entstehen der Kaustik mit einem DGS sehr schnell visualisiert werden.



Die physikalische Problematik ist nachvollziehbar und ein geometrischer Zugang einfach zu finden: Die Kaustik ist in gewisser Weise eine Hüllkurve, die durch die reflektierten Strahlen gebildet wird.

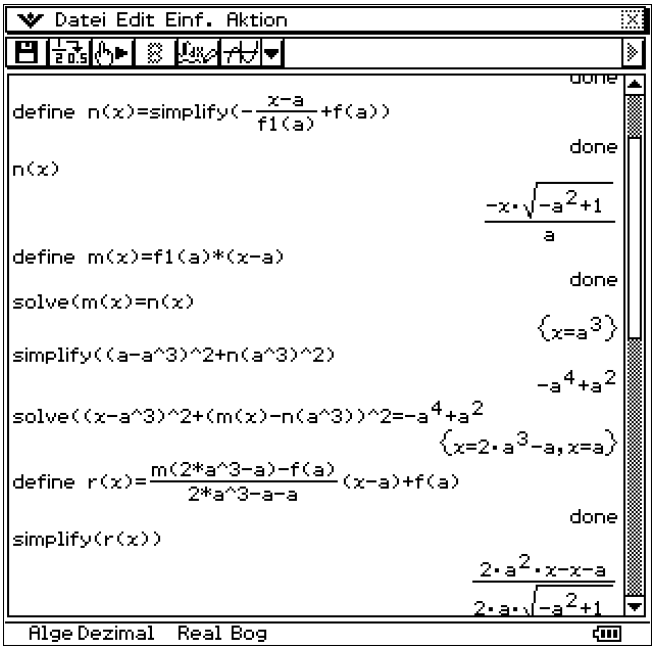
Die analytische Betrachtung – an deren Ende eine Funktionsgleichung der Hüllkurve stehen wird – ist im Kern eine Extremwertaufgabe, analog zur Einstiegsaufgabe.

Die einfallenden (Parallel-)Strahlen liegen auf der Geraden $g_a : x = a, |a| < 1$. Der Reflexionspunkt ist $R(a|f(a))$. Die Einfallslote sind jeweils Normalen zu f in R. Durch die besondere Lage von f sind die Normalen Trägergeraden von Radien mit $n_a(x) = \frac{f(a)}{a}x$.

Um die Gleichung der reflektierten Strahlen zu ermitteln, muss die Gerade g_a an der Lotgerade gespiegelt werden. Hierzu gibt es verschiedene Möglichkeiten. Ein Variante ist es, einen Punkt P der Geraden g_a an n zu spiegeln und aus P' und R die Geradengleichung der reflektierten „Geraden“zu ermitteln.

Für Schüler hat dieser Weg den Vorteil, das bekannte Verfahren – Spiegelung eines Punktes an einer Geraden und Aufstellen einer Geradengleichung aus zwei Punkten – angewendet werden.

Als Ausgangspunkt wird der Punkt $P(a|0)$ eingesetzt. Dazu wird die Hilfsgerade m (senkrecht zu n durch den Punkt P) benötigt, sowie der Schnittpunkt S der Geraden n und m. Mithilfe des Abstandes $d(PS)$ wird der Spiegelungspunkt P' auf m ermittelt.



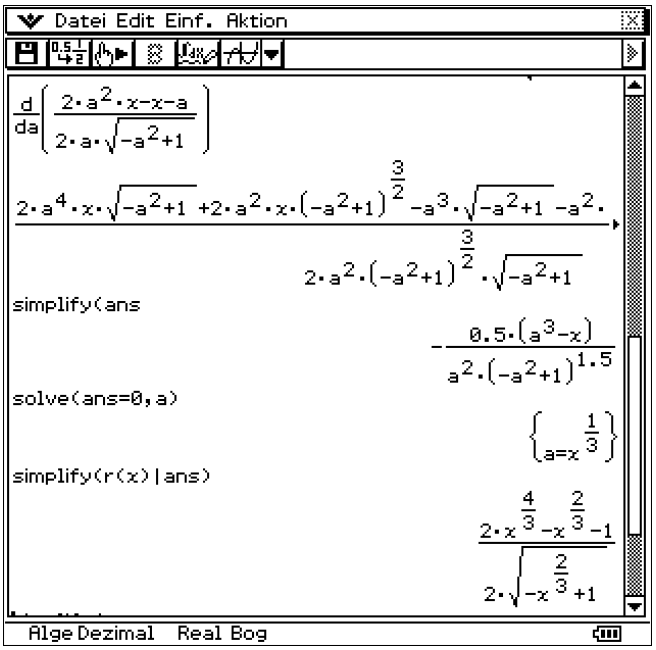
Die Durchführung der einzelnen Rechenschritte erfolgt mit dem gewählten CAS, in der Abb. der von den Schülern verwendete ClassPad. Es ergibt sich für die Trägergerade r der reflektierten Strahlen

$$r_a(x) = \frac{(2a^2-1)x-a}{2a\sqrt{1-a^2}}, \quad |a| < 1.$$

Mit einem DGS kann leicht verifiziert werden, das diese Gleichung tatsächlich die reflektierten Strahlen beschreibt. Schülern bereitet es durchaus Probleme, die Ausgabe des CAS: $(y =)\frac{2a^2x-x-a}{2a\sqrt{-a^2+1}}$ als eine Geradengleichung in Normalform

$$y = mx + n \left(y = \frac{(2a^2-1)x}{2a\sqrt{-a^2+1}} - \frac{a}{2a\sqrt{-a^2+1}} \right)$$

zu interpretieren. Die weitere Rechnung erfolgt wieder analog zur Einstiegsaufgabe.



Zu jedem $x \in (-1, 1)$ existiert ein $a \in (-1, 1)$ derart, dass $r_a(x)$ maximal wird. Der so gefundene Extrempunkt $E(x|r_a(x))$ ist ein Punkt der Hüllkurve, also der gesuchten Kaustik.

Die Bedingung $\frac{d}{da}r_a(x) = 0$ liefert $a = \sqrt[3]{x}$.

Die Gleichung der Kaustik $k(x)$ erhält man durch Eliminierung des Parameters a aus $r_a(x)$ mithilfe der gefunden Extremstellenbedingung $a = \sqrt[3]{x}$:

$$k(x) = (r_a(x)|a = \sqrt[3]{x}) = \frac{2\sqrt[3]{x^4} - \sqrt[3]{x^2} - 1}{2\sqrt{1 - \sqrt[3]{x^2}}}.$$

Sinnvollerweise sollte man den Kurvenverlauf visualisieren, um das gefundene Ergebnis zu bestätigen.

Die Schrittfolge an sich ist durch die geometrische Deutung gut nachvollziehbar, die einzelnen Rechenschritte sind ohne ein CAS allerdings kaum zu bewältigen, mit Sicherheit nicht in einer Unterrichtsstunde. Damit Schüler dieses Problem erfolgreich bewältigen können, ist ein sicherer Umgang mit dem gewählten CAS erforderlich.

In der Praxis haben sphärische Hohlspiegel eine sehr kleine Krümmung. Die Modellfunktion f ist zwar sehr anschaulich und den Schülern vertraut, hat aber kaum Bezug zu real existierenden Hohlspiegeln. Weiterführend könnte man für f andere Modellfunktionen einsetzen, die eher den Krümmungen entsprechen, die in der Praxis vorkommen. Ein sehr ambitioniertes Projekt ist es, einen realen Hohlspiegel zu vermessen und zu modellieren, um die experimentell ermittelte mit der berechneten Kaustik zu vergleichen.

Promotionen in der Computeralgebra

Grischa Studzinski: Implementation and applications of fundamental algorithms relying on Gröbner bases in free associative algebras
Betreuer: Eva Zerz (Aachen)
Zweitgutachter: Martin Kreuzer (Passau)
Oktober 2013
http://darwin.bth.rwth-aachen.de/opus3/volltexte/2014/4860/

Zusammenfassung: Im Jahr 2009 stellten La Scala und Levandovskyy einen neuen Weg zur Berechnung von Gröbnerbasen graduierter Ideale in der freien, assoziativen Algebra vor. Dieser Ansatz benutzt die sogenannte Letterplace-Korrespondenz und die Berechnungen werden über einem kommutativen Polynomring ausgeführt. Im Jahr 2012 präsentierte La Scala die verallgemeinerte Letterplace-Korrespondenz für allgemeine, nicht zwingend graduierte Ideale, wobei Homogenisierung benutzt wurde. In dieser Dissertation wurde ein alternativer Weg untersucht, mit dem Ziel, direkte Berechnungsverfahren zu entwickeln, welche nicht Homogenisierung nutzen und deswegen effektiver und weniger komplex sind. Zunächst wird ein expliziter Isomorphismus zwischen der freien, assoziativen Algebra und einer Unteralgebra des Letterplace-Ringes, welche mit einer alternativen Multiplikation versehen ist, angegeben. Dieser Isomorphismus liegt allen weiteren Konstruktionen, Datenstrukturen, Algorithmen und Implementationen zu Grunde. Darüber hinaus wird die wichtige Frage nach einer Darstellung von Monomordnungen für die freie, assoziative Algebra angesprochen. Die Einbettung in den Letterplace-Ring erlaubt eine teilweise Nutzung des Satzes von Robbiano, wodurch eine partielle Klassifikation von Ordnungen, insbesondere von Eliminationsordnungen, möglich ist. Die Bilder von Idealen der freien Algebra im Letterplace-Ring haben eine zusätzliche Struktur, denn diese sind shift-invariant. Eine neue Datenstruktur wurde entwickelt, um die unendliche Bahn unter der Shift-Operation mittels eines Elementes darzustellen und um fundamentale Prozeduren in diese neue Situation zu übertragen. Basierend auf dieser Datenstruktur wurden die Algorithmen für die Berechnung einer zweiseitigen Gröbnerbasis eines Ideals und einer Links-Gröbnerbasis eines Links-Ideals in einer endlich präsentierten Algebra gestaltet. Beide Algorithmen benutzen keine Homogenisierung und können auf beliebige Ideale angewendet werden. Weiterhin wurden Algorithmen betrachtet und implementiert, welche für wichtige Anwendungen wie Berechnung von Elimination, Syzygien, Gel'fand-Kirillov-Dimensionen und oberen Schranken für die globale Dimension benutzt werden. Die oben erwähnte Datenstruktur und die Gröbnerbasen-Algorithmen wurden sorgfältig im Kern des Computeralgebrasystems Singular implementiert. Das Programm wurde dann intensiv getestet und mit anderen wichtigen Computeralgebrasystemen verglichen. Dieser Vergleich zeigte, dass die Implementation mit den anderen Systemen mithalten und sie in einigen Fällen sogar übertreffen kann. Die weiteren Algorithmen wurden in Singular-Bibliotheken implementiert. Diese neuen Verfahren wurden auf zahlreiche Probleme angewendet, vom Bereich der Gruppentheorie (Wort-Problem, Konjugator-Such-Problem für Elemente einer endlich präsentierten Gruppe, sowie die Frage nach der Endlichkeit dieser Gruppe) über Berücksichtigung kryptographischer Fragestellungen bis hin zur Untersuchung neuer, verallgemeinerter Inverser in Monoiden (nach Drazin).

Daniel Andres: Noncommutative computer algebra with applications in algebraic analysis
Betreuer: Eva Zerz (Aachen)
Zweitgutachter: Wilhelm Plesken (Aachen)
Dezember 2013
http://darwin.bth.rwth-aachen.de/opus3/volltexte/2014/4928/

Zusammenfassung: Nach einer sorgfältigen Einführung in die (nichtkommutative) Computeralgebra präsentieren wir einen Algorithmus für die Elimination von Variablen in beliebigen G-Algebren mittels Gröbnerbasen, falls das Eliminationslemma anwendbar ist. Mit diesem Algorithmus automatisieren wir den Vorgang, eine notwendige Eigenschaft einer Unteralgebra zu überprüfen, eine Eliminationsordnung zu finden, die Berechnung der Gröbnerbasis durchzuführen und das Ergebnis mit der Unteralgebra zu schneiden. Dann wenden wir den Algorithmus auf die Berechnung von Urbildern von (Links-)Idealen unter Homomorphismen von G-Algebren an, was auf eine Verbesserung von Levandovskyys Zugang führt. Zudem verallgemeinern wir eine Idee von Noro, um das Problem der Berechnung des Schnittes eines Ideals in einer Ore-Lokalisierung einer G-Algebra mit einer Hauptunteralgebra zu lösen, vorausgesetzt, dass die Nichttrivialität des Schnittes bereits a priori bekannt ist.
Des Weiteren untersuchen wir die nullte graduierte Komponente von Kashiwaras und Malgranges V-Filtrierung der n-ten Weyl-Algebra. Wir zeigen, dass unter der Voraussetzung, dass der betrachtete Gewichtsvektor identische Einträge besitzt, diese Komponente (aufgefasst als Algebra) isomorph zu einem Quotienten der universell einhüllenden Algebra der allgemeinen linearen Lie-Algebra ist und bestimmen explizit ein Erzeugendensystem des entsprechenden Ideals. Ebenfalls ermitteln wir die Gel'fand-Kirillov-Dimension der nullten graduierten Komponente durch zwei unterschiedliche Methoden, eine computeralgebraische und eine ringtheoretische.
Danach diskutieren wir Operatoren, die Bernsteins Funktionalgleichung erfüllen, und leiten ein notwendiges, rein kommutatives Kriterium für die Existenz eines Bernstein-Operators einer gegebenen Ordnung her. Wir geben eine neue Methode zur Berechnung von Bernstein-Daten an und verbessern diese. Im Unterschied zu den bereits existierenden Ansätzen stützt sich diese Methode nur auf die Berechnung von Standardbasen in kommutativen Ringen. Weiter benötigen wir nur ungefähr der Hälfte der Anzahl der Variablen im Vergleich zu den bekannten Algorithmen und reduzieren daher drastisch die theoretische Komplexität der Berechnung des Bernstein-Sato-Polynoms. Zudem ist es uns möglich, die globale und lokale Situation nahezu identisch zu behandeln. Eine Abwandlung unseres Ansatzes zur Berechnung von Bernstein-Daten liefert eine Methode zur Berechnung s-parametrischer Annihilatoren bis zu einer spezifizierten Ordnung. Eine andere Modifikation ermöglicht, den kompletten Turm von Annihilatoren bis zu einer gegebenen Ordnung zu berechnen. Diese beiden Algorithmen arbeiten ebenfalls über kommutativen Polynomringen.
Ferner geben wir eine allgemeine Idee für einen Beweis einer Vermutung von Ucha-Enríquez an und schließen die Lücke im Beweis für einen Spezialfall mittels elementarer Mittel. Wir unternehmen auch einen Schritt in Richtung eines allgemeinen Beweises durch die Formulierung (und den Beweis) einer allgemeinen Formel für die Wirkung eines Differentialoperators mit polynomiellen Koeffizienten auf Produkte von

symbolischen Potenzen von Polynomen.
Durch die Anwendung unserer Ergebnisse für die nullte graduierte Komponente der V-Filtrierung erhalten wir ein verbessertes Modell für D-Moduln affiner algebraischer Varietäten, welches wiederum die theoretische Komplexität der bekannten Ansätze reduziert.
Schließlich benutzen wir Tsais Algorithmus zur Berechnung des Weyl-Abschlusses, um einen neuen Algorithmus zur Berechnung von vollen s-parametrischen Annihilatoren zu konstruieren. Genauso erhalten wir einen Algorithmus zur Berechnung des Annihilators der Exponentialfunktion des Inversen eines Polynoms, welcher bislang die einzige bekannte allgemeine Methode für dieses Problem zu sein scheint.

Thomas Feulner: Eine kanonische Form zur Darstellung äquivalenter Codes – Computergestützte Berechnung und ihre Anwendung in der Codierungstheorie, Kryptographie und Geometrie
Betreuer: Prof. Dr.Adalbert Kerber, PD Axel Kohnert, Prof. Alfred Wassermann (Bayreuth)
Gutachter: Prof. Michael Stoll, Prof. Adalbert Kerber
Dezember 2013

Zusammenfassung: Ausgehend von der bahnbrechenden Entdeckung aus dem Jahr 1994, dass sich einige sehr gute Codes linear über dem Ring Z_4 darstellen lassen, wurden in den letzten Jahren verstärkt lineare Codes über Ringen (ringlineare Codes) untersucht. Zur systematischen Suche nach neuen Beispielen sehr guter ringlinearer Codes wurden die in Bayreuth entwickelten und bereits in verschiedenen Gebieten der diskreten Mathematik sehr erfolgreich eingesetzten computergestützten Konstruktionsverfahren in vielen Vorgängerprojekten auf die vorliegende Fragestellung angepasst.

Zur Untersuchung dieses umfassenden Datenmaterials und deren Verwaltung ist es notwendig, die in ihren Fehlerkorrektur-Eigenschaften äquivalenten linearen Codes zu identifizieren. Eine Kanonisierung, d.h. die Berechnung eines eindeutig bestimmten Vertreters jeder gegebenen Äquivalenzklasse, bildet hierzu ein probates Mittel. Im Rahmen des Projektes entstand ein verbesserter Algorithmus zur Kanonisierung linearer Codes über endlichen Körpern. Parallel hierzu wurde das Verfahren auch auf lineare Codes über beliebigen Kettenringen verallgemeinert. Dieses ermöglicht es auch erstmals, die Datenflut in diesem Zweig der Codierungstheorie zu bewältigen. Mit diesem neuartigen Werkzeug wurde damit die Grundlage gelegt um interessante Funde der Computersuche systematisch zu untersuchen und theoretische Erklärung herzuleiten.

Die entstandenen Software-Pakete sind öffentlich zugänglich. Neben einer Implementierung in C++ kann der Algorithmus auch als optionale Komponente in das Computeralgebrasystem Sage eingebunden werden. In beiden Implementierungen wurde darauf Wert gelegt, dass die algorithmischen Ideen auch auf weitere Probleminstanzen (d.h. für andersartige Gruppenoperationen) leicht angepasst werden können.

Die praxistaugliche Anwendbarkeit der entstandenen Softwarepakete wurde durch zahlreiche Anwendungen in der Codierungstheorie und der Kryptographie belegt. Es wurden alle linearen Codes zu vielen gegebenen Parametersätzen vollständig klassifiziert und sogar weitreichende Nichtexistenzaussagen mit Hilfe des Computers bewiesen.

Markus Lange-Hegermann: Counting Solutions of Differential Equations
Betreuer: Wilhelm Plesken (Aachen)
Zweitgutachterin: Julia Hartmann (Aachen)
Januar 2014
`http://wwwb.math.rwth-aachen.de/~markus/`

Zusammenfassung: Diese Dissertation beschäftigt sich mit der Frage „Wie viele Lösungen hat ein Differentialgleichungssystem“.

Um diese Frage mit algorithmischen Mitteln zu beantworten, wurde im Rahmen dieser Dissertation der sogenannten differentiellen Thomas Algorithmus verbessert und implementiert. Dieser Algorithmus zerlegt ein System von Differentialgleichungen in sogenannte einfache differentielle Systeme. Durch die Wahl von Eliminationsrangordnungen kann man insbesondere Differentialgleichungssysteme in eine gewünschte Form bringen; diese Elimination wurde angewendet, um systemtheoretische Eigenschaften wie Kontrollierbarkeit und Beobachtbarkeit nichtlinearer Systeme in Abhängigkeit von Parametern zu entscheiden. Diese Zerlegung in einfach differentielle Systeme ermöglicht aber auch strukturelle Einsichten über ein System von Differentialgleichungen, insbesondere eine quantitative Beschreibung der Lösungsmenge. Als erstes Resultat wurde Kolchins Dimensionspolynom von Differentialprimidealen auf charakterisierbare Differentialideale, welche von einfachen differentiellen Systemen gegeben sind, erweitert. Die Implementierung des differentiellen Thomas Algorithmus hat die Berechnung des Dimensionspolynoms vollständig algorithmisch gemacht

Jedoch ist die Beschreibung der Größe der Lösungsmenge eines Differentialgleichungssystems durch das Dimensionspolynom nicht für alle Anwendungen genau genug. Um eine genauere Beschreibung der Lösungsmenge zu erhalten, beschreibt diese Dissertation eine Möglichkeit einer feinere Analyse der Lösungsmenge eines Differentialgleichungssystems. Dafür wird als zweites Resultat das differentielle Zählpolynom eingeführt. Dieses differentielle Zählpolynom ist eine Übertragung des Zählpolynom von Plesken aus dem Kontext der algebraischen Geometrie auf den Kontext von Differentialgleichungssystemen. Die größere Genauigkeit in der Beschreibung der Lösungsmenge hat jedoch einen Preis: man kann beweisen, dass die Berechnung des differentiellen Zählpolynoms nicht mehr algorithmisch ist. Für viele Klassen und Beispiele von Differentialgleichungen ist ein Zählpolynom durch Formeln angegeben.

Michael Adam: On the distribution of eigenspaces in classical over finite rings and the Cohen-Lenstra heuristic
Betreuer: Gunter Malle (Kaiserslautern)
Februar 2014

Zusammenfassung: In 2006 Jeffrey Achter proved that the distribution of divisor class groups of degree 0 of function fields with a fixed genus and the distribution of eigenspaces in symplectic similitude groups are closely related to each other. Gunter Malle proposed that there should be a similar correspondence between the distribution of class groups of number fields and the distribution of eigenspaces in certain matrix groups. Motivated by these results and suggestions we study the distribution of 1-eigenspaces in some special subgroups of the general linear group over factor rings of rings of integers of number fields and derive some conjectural statements about the distribution of p-parts of class groups of number fields over a base field K_0. Here our main interest lies in the case that K_0 contains the pth roots of unity, because in this situation the p-parts of class groups seem to behave in a way

different from the one predicted by the popular conjectures of Henri Cohen, Hendrik Lenstra and Jacques Martinet. In 2010 based on computational data Malle had succeeded in formulating a conjecture in the spirit of Cohen and Martinet for this case. Here using our investigations about the distribution in matrix groups we generalize the conjecture of Malle to a more abstract level and establish a theoretical backup for these statements.

Johannes Hahn: Gyojas W-Graph-Algebra und zelluläre Struktur von Iwahori-Hecke-Algebren
Betreuer: Burkhard Külshammer (Jena)
Gutachter: Jürgen Müller (Jena), Meinolf Geck (Stuttgart)
Februar 2014

Zusammenfassung: In vielen Fragestellungen im Gebiet der algebraischen und Lie-Gruppen tauchen Hecke-Algebren und ihre Darstellungstheorie auf. Von besonderem Interesse ist dabei die Kazhdan-Lusztig-Theorie der Hecke-Algebra H der Weyl-Gruppe, d.h. die kombinatorischen und darstellungstheoretischen Eigenschaften der Kazhdan-Lusztig-Basis $(C_w)_{w\in W}$. Um die interessanten Zelldarstellungen axiomatisch zu erfassen, definierten Kazhdan und Lusztig 1979 den Begriff eines W-Graphen, ein kombinatorischer Graph, der nach gewissen Regeln eine Matrixdarstellung von H kodiert. W-Graphen sind auch von praktischer Bedeutung, da sie Matrixdarstellungen besonders effizient kodieren. Gyoja bewies, dass in der Tat jeder Isomorphietyp von Darstellungen von H durch mindestens einen W-Graph realisiert werden kann. Dazu wurde das von mir W-Graph-Algebra getaufte Objekt erstmals eingeführt (und danach leider sofort wieder vergessen, wie es scheint). Ich konnte in meiner Dissertation u.A. eine neue Präsentation der W-Graph-Algebra Ω als Quotient einer Pfadalgebra beweisen. Weiterhin stelle ich eine allgemeine Vermutung über die feinere Struktur von Ω auf, welche, wenn sie wahr ist, weitreichende Folgen für die allgemeine Struktur von W-Graphen hat und z. B. Gyojas Vermutung über das Radikal von Ω, die Geck-Jacon-V ermutung über W-Graphen als Zelldarstellungen im Sinne von Graham-Lehrer und die Geck-Müller-Vermutung über Balanciertheit von W-Graph-Darstellungen impliziert. Ich konnte zeigen, dass diese Vermutung für Coxeter-Gruppen der Typen A_1 bis A_4, $I_2(m)$ sowie B_3 wahr ist.

Gerriet Möhlmann: Zur Berechnung von Mordell-Weil Basen elliptischer Kurven über globalen Funktionenkörpern
Betreuer: Florian Heß (Oldenburg)
2014

Zusammenfassung: Seit den wegweisenden Arbeiten von Birch und Swinnerton-Dyer aus den Jahren 1963 und 1965 gab es zahlreiche Fortschritte auf dem Gebiet der Berechnung des Rangs von elliptischen Kurven über den rationalen Zahlen. Doch da wir auch zum heutigen Zeitpunkt noch weit von einer abschließenden Lösung entfernt sind, ist dieses Problem noch immer im Blickpunkt aktueller Forschung. Für elliptische Kurven über globalen Funktionenkörpern ist die Situation ähnlich. Wenn auch in verschiedenen verschiedenen Spezialfällen bewiesen, steht ein vollständiger Beweis der Birch-Swinnerton-Dyer Vermutung, die einen Zusammenhang zwischen dem Rang der elliptischen Kurven und analytischen Daten zieht, noch aus. Die Berechnung des Rangs mit arithmetischen Methoden ist also auch im Funktionenkörperfall interessant. Die Arbeit beschäftigt sich mit den theoretischen und praktischen Aspekten der Berechnung des Rangs und einer Mordell-Weil-Basis für elliptische Kurven über globalen Funktionenkörpern. Dabei wird untersucht, ob und wie die über Zahlkörpern verwendeten Methoden sich auch in dieser Situation anwenden lassen. Weiterhin werden Methoden vorgestellt, die ausschließlich in positiver Charakteristik anwendbar sind. Dabei konzentriert sich die Arbeit besonders auf den Fall der Charakteristik zwei und liefert zwei wesentliche Beiträge. Zum einen wird unter Verwendung des Frobenius und der Verschiebung eine neue Abstiegsabbildung für supersinguläre elliptische Kurven konstruiert und es werden Aussagen über die Selmergruppen getroffen, die die Berechnung einer oberen Schranke für den Rang ermöglichen. Dazu wird von der Kohomologietheorie endlicher flacher Gruppenschemata Gebrauch gemacht. Zum anderen werden die Elemente der Selmergruppen sowohl im supersingulären als auch im gewöhnlichen Fall durch homogene Räume mit explizit gegebenen Modellen beschrieben und diese zur Konstruktion unabhängiger Punkte verwendet. Als weiter Beitrag beschreibt die Dissertationsschrift eine Anwendung der zuvor genannten Resultate bei der Berechnung einer Höhenschranke für S-ganze Punkte über globalen Funktionenkörpern der Charakteristik zwei. Eine Implementation der vorgestellten Algorithmen wurde in Magma umgesetzt.

Berichte von Konferenzen

1. ATMW Computational Algebraic Geomety

Indian Institute of Space Science and Technology, Trivandrum, Indien, 9.2.-13.2.2014

http://www.atmschools.org/2014/atmw/cag

Dieser Workshop in der Reihe „Advanced Training in Mathematics“, die vom „National Center of Mathematics“ in Indien durchgeführt wird, bestand aus drei Kursen:

(1) Resolution of Singularities, durchgeführt von Prof. Gerhard Pfister (TU Kaiserslautern)

(2) Equivariant Coherent Sheaf Cohomology, durchgeführt von PD Mohamed Barakat (TU Kaiserslautern)

(3) Intersection Theory, durchgeführt von Prof. Wolfram Decker (TU Kaiserslautern)

Zu den Vorträgen fanden nachmittags jeweils Computerübungen statt, die von Hannes Schönemann und Andreas Steenpaß (beide TU Kaiserslautern) organisiert wurden und in die Verwendung des Computeralgebrasystems Singular einführten. Neben 22 indischen Doktoranden nahmen auch elf Postdoktoranden und Professoren teil. Den Vortragenden gelang es, die teilweise sehr fortgeschrittenen Themen so aufzubereiten, dass sie algorithmischen Methoden zugänglich und für die Teilnehmer sehr anschaulich wurden. Besonders die indischen Nachwuchswissenschaftler beteiligten sich sehr rege an den Programmierübungen und Beispielberechnungen.

Das lokale Organisationsteam um Prof. Prosenjit Das (IIST Trivandrum) bemühte sich nach Kräften, den Teilnehmern einen angenehmen Aufenthalt zu ermöglichen. Das intensive Trainingsprogramm wurde durch einen kurzen Ausflug zu den nahe gelegenen, berühmten Stränden von Kerala abgerundet. Auf Grund dieses gelungenen Workshops ist zu hoffen, dass in Zukunft weitere Veranstaltungen der ATM Reihe zu Themen aus der Computeralgebra angeboten werden.

Martin Kreuzer (Passau)

2. Jahrestagung DFG SPP 1489

Bad Boll, 3.-7. März 2014

http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/~geckmf/spp1489_2014/

Anfang März fand die erste Jahrestagung der zweiten Hälfte des Schwerpunktprogramms „Algorithmic and experimental methods in Algebra, Geometry and Number Theory“ statt. Die Tagung wurde von M. Geck, W. Kimmerle, S. Koenig, A. Shalile und U. Thiel (Universität Stuttgart) in der Evangelischen Akademie in Bad Boll organisiert. Damit fand die Jahrestagung zum ersten Mal in einem „closed environment“ statt. Meiner Meinung nach war dies sehr förderlich für die Kommunikation unter den Teilnehmern.

Im Folgenden liste ich die Vorträge in der Reihenfolge auf, in der sie gehalten wurden.

Decker: Ein neues Journal für computational algebra. **Böckle:** Modular parametrization and multiplicative integrals over function fields. **Böhm:** Tropical mirror symmetry for elliptic curves. **Barakat:** On the Ext-computability of Serre quotient categories. **Derenthal:** Cox rings and rational points. **van Leeuwen:** The Atlas of Lie groups project. **Freitas:** The Fermat equation over totally real fields. **Stoll:** Most odd degree hyperelliptic curves have only one rational point. **Gräbe:** The SymbolicData Project. **Behrends:** Parallelization of Computer Algebra Systems: Experiences and Challenges. **Eder:**. Signature-based Groebner basis algorithms. **Hart:** Antics in Number Theory. **Kastner:** Toric geometry in polymake. **Rossmann:** Computing topological zeta functions of groups, rings and modules. **Conca:** Universal Groebner bases for ideals of maximal minors. **de Wolff:** Amoebas, Nonnegative Polynomials and Sums of Squares Supported on Circuits. **Grigoriev:**. Cluster algebras and subtraction-free computations of arborescences and Schur polynomials. **Nebe/Braun/Schoennenbeck:** On unit groups of orders. **van Gelder:** Algorithmic developments for units and idempotents in integral group rings. **Bächle:** The HeLP method: a computational approach to torsion units in group rings. **Hofmann:** On the integrality of representations of finite groups. **Kirschmer:** Unimodular lattices with small mass. **Bruns:**. Recent extensions of Normaliz. **King:** Potential applications of non-commutative $F5$ algorithms. **Pieropan:** Integral models of generalised Del Pezzo surfaces and their universal torsors. **Lange-Hegermann:** Counting solutions of differential equations. **Greuel:** Vorstellung von swMATH. **Stump:** Computer-aided proof for Coxeter-Catalan structures. **Amend:** Inductively free restrictions of reflection arrangements. **Horn:** Symbolic computations with p-groups and Lie rings. **Moede:** Coclass theory for nilpotent associative algebras. **Distler:**. Konstruktion von Gruppenerweiterungen mit besonderen Eigenschaften. **Keicher:** Computations with Mori dream spaces. **Lorenz:** Smooth Gorenstein polytypes of high index. **Husert:** Similarity of semi-simple integral matrices. **Röhrle:** Addition-Deletion Theorems for Factorisations of Orlik-Solomon Algebras and Nice Arrangements.

Jürgen Klüners (Paderborn)

Jahrestagung DFG SPP 1489, 2014

Hinweise auf Konferenzen

1. **Geometry and Arithmetic of Surfaces**

   LMU and TU Munich, Germany, 17.03.2014 – 21.03.2014

   `https://sites.google.com/site/surfaces2014`

   Everyone interested in the topics of the workshop is welcome to attend. Thanks to the support of SPP1489, we can provide limited funding for the accommodation of some Ph.D. students and postdocs. If you are interested, please apply until Sunday, February 16th.

2. **Experimental Methods in Computational Algebra**

   Leibniz University Hannover, Germany, 24.03.2014 – 26.03.2014

   `http://www.icm.tu-bs.de/ag_algebra/Workshop-NTH/index.php`

   This workshop is located on the boundary between group theory, ring theory, number theory and algebraic geometry within the framework of computational algebra. Its aim is to bring together researchers from all these areas and to facilitate discussions among them. Everyone interested in the topics of the workshop is welcome to attend.

3. **Tagung der Fachgruppe Computeralgebra**

   Kassel, 15. – 17.05.2014

   `http://www.fachgruppe-computeralgebra.de`

   In Fortsetzung der erfolgreichen Tagungen 2003, 2005, 2009, 2012 in Kassel und 2007 in Kaiserslautern führt die Fachgruppe im Mai 2014 wieder eine derartige Tagung in Kassel durch. Ziel ist es, wie auf den Vorgängerkonferenzen ein Forum zu bieten, das es erstens Nachwuchswissenschaftlern ermöglicht, ihre Ergebnisse vorzustellen, andererseits aber auch einige Hauptvortragende zu gewinnen, die Übersichtsvorträge über wichtige Gebiete der Computeralgebra und über Computeralgebra-Software geben sollen. (Siehe auch Seite 7.)

4. **Workshop Non-crossing partitions in representation theory**

   Bielefeld University, Germany, 12.06.2014 – 14.06.2014

   `http://www.math.uni-bielefeld.de/birep/meetings/ncp2014`

   The systematic study of noncrossing partitions goes back to G. Kreweras in the 1970s where he considered set partitions on 1,...,n with noncrossing blocks when drawn on a circle. Among other beautiful properties, such noncrossing set partitions are counted by the famous Catalan numbers and they form a lattice under the refinement order.
   More than 30 years later, D. Bessis and, independently, T. Brady and C. Watt provided an algebraic framework to generalize noncrossing partitions to finite Coxeter groups in a very natural and beautiful way. These developments opened the new combinatorial field of "Coxeter-Catalan combinatorics". The final link to representations of quivers arose shortly after from the connection between noncrossing partitions and cluster algebras and their categorification via cluster categories.
   This workshop is devoted to all aspects of this exciting development with the objective to bring together specialists interested in noncrossing partitions, in particular those from algebraic combinatorics and from quiver representation theory. Limited funds are available for support of participants. Details for funding application are available on the website.

5. **Workshop in tropical topics and related areas**

   Uni Saarbruecken, Germany, 26.06.2014 – 27.06.2014

   `http://www.math.uni-sb.de/wiki/doku.php?id=ag-seite:ag-markwig:conferences:dibb`

   There will be a workshop in tropical topics and related areas in Saarbruecken, June 26-27. Speakers include Andreas Gross, Milena Hering, Michael Joswig and Ilia Zharkov.

6. **CCA'14: Workshop on Compact Computer Algebra**

   University of Coimbra, Portugal, 07.07.2014 – 11.07.2014

   `http://www.cicm-conference.org/2014/cicm.php?event=cca`

   Even though compact design is no longer a vital necessity for main-stream computer algebra systems, it is a central question in emerging settings. Compact systems are important for hand-held devices, embedded computer algebra modules (e.g. for smart document processors) and web-based computing to name a few areas. Additionally, compact data representations can be essential when dealing with very large problems.
   The aim of the CCA events is to communicate the ideas supporting the subject of "compactnessïn algorithms, data organization and system design for computer algebra.

7. **CICM 2014 - Conferences on Intelligent Computer Mathematics**

   University of Coimbra, Portugal, 07.07.2014 – 11.07.2014

   `http://www.cicm-conference.org/2014`

   As computers and communications technology advance, greater opportunities arise for intelligent mathematical computation. While computer algebra, automated deduction, mathematical publishing and novel user interfaces individually have long and successful histories, we are now seeing increasing opportunities for synergy among these areas. The Conferences on Intelligent Computer Mathematics (CICM) offer a venue for discussing these areas and their synergy.
   The 2014 conference is organized by Pedro Quaresma, takes place at University of Coimbra and consists of four tracks: Track A: Calculemus (chair: James Davenport). Track B: Digital Mathematical Libraries (DML) (chair: Petr Sojka). Track C: Mathematical Knowledge Management (MKM) (chair: Josef Urban). Track D: Systems & Projects (chair: Alan Sexton). The overall programme is organized by the General Program Chair Stephen Watt. The publicity chair is Serge Autexier.

8. **CICM 2014 - Track D: System and Projects**

   University of Coimbra, Portugal, 07.07.2014 – 11.07.2014

   http://www.cicm-conference.org/2014/cicm.php?event=sysproj

   The Systems and Projects track of the Conferences on Intelligent Computer Mathematics is a forum for presenting available systems and new and ongoing projects in all areas and topics related to the CICM conferences. The track aims to provide an overview of the latest developments and trends within the CICM community as well as to exchange ideas between developers and introduce systems to an audience of potential users.

9. **CICM 2014 - Track A: Calculemus**

   University of Coimbra, Portugal, 07.07.2014 – 11.07.2014

   http://www.cicm-conference.org/2014/cicm.php?event=calculemus

   Calculemus is a series of conferences dedicated to the integration of computer algebra systems (CAS) and systems for mechanised reasoning like interactive proof assistants (PA) or automated theorem provers (ATP). Currently, symbolic computation is divided into several (more or less) independent branches: traditional ones (e.g., computer algebra and mechanised reasoning) as well as newly emerging ones (on user interfaces, knowledge management, theory exploration, etc.) The main concern of the Calculemus community is to bring these developments together in order to facilitate the theory, design, and implementation of integrated mathematical assistant systems that will be used routinely by mathematicians, computer scientists and all others who need computer-supported mathematics in their every day business.

10. **CICM 2014 - Track B: Digital Mathematical Libraries (DML)**

    University of Coimbra, Portugal, 07.07.2014 – 11.07.2014

    http://www.cicm-conference.org/2014/cicm.php?event=dml

    Mathematicians dream of a digital archive containing all peer-reviewed mathematical literature ever published, properly linked, validated and verified. It is estimated that the entire corpus of mathematical knowledge published over the centuries does not exceed 100,000,000 pages, an amount easily manageable by current information technologies.
    Track objective is to provide a forum for development of math-aware technologies, standards, algorithms and formats towards fulfillment of the dream of global digital mathematical library (DML). Computer scientists (D) and librarians of digital age (L) are especially welcome to join mathematicians (M) and discuss many aspects of DML preparation.

11. **CICM 2014 - Track C: Mathematical Knowledge Management (MKM)**

    University of Coimbra, Portugal, 07.07.2014 – 11.07.2014

    http://www.cicm-conference.org/2014/cicm.php?event=mkm

    Mathematical Knowledge Management is an interdisciplinary field of research in the intersection of mathematics, computer science, library science, and scientific publishing. The objective of MKM is to develop new and better ways of managing sophisticated mathematical knowledge, based on innovative technology of computer science, the Internet, and intelligent knowledge processing. MKM is expected to serve mathematicians, scientists, and engineers who produce and use mathematical knowledge; educators and students who teach and learn mathematics; publishers who offer mathematical textbooks and disseminate new mathematical results; and librarians and mathematicians who catalog and organize mathematical knowledge.

12. **MathUI'14: Workshop on Mathematical User Interfaces**

    University of Coimbra, Portugal, 07.07.2014 – 11.07.2014

    http://www.cicm-conference.org/2014/cicm.php?event=mathui

    MathUI is an international forum to discuss how users interact with mathematics represented in a computer.

13. **OpenMath Workshop**

    University of Coimbra, Portugal, 07.07.2014 – 11.07.2014

    http://www.cicm-conference.org/2014/cicm.php?event=openmath

    OpenMath is a language for exchanging mathematical formulae across applications (such as computer algebra systems). From 2010 its importance has increased in that OpenMath Content Dictionaries were adopted as a foundation of the MathML 3 W3C recommendation, the standard for mathematical formulae on the Web.

14. **20th Conference on Applications of Computer Algeba**

    Fordham University, New York, 09.07.2014 – 12.07.2014

    http://faculty.fordham.edu/rlewis/aca2014

    This is the twentieth in a series of annual international meetings devoted to promoting the applications and development of Computer Algebra and Symbolic Computation. Topics include computer algebra and symbolic computation in engineering, the sciences, medicine, pure and applied mathematics, education, communication and computer science.

15. **10th International Workshop on Automated Deduction in Geometry**

    University of Coimbra, Portugal, 09.07.2014 – 11.07.2014

    http://www.uc.pt/en/congressos/adg/adg2014/

    ADG is a forum to exchange ideas and views, to present research results and progress, and to demonstrate software tools on the intersection between geometry and automated deduction.

16. **The 28th International Workshop on Unification**

    Vienna, Austria, 13.07.2014 – 13.07.2014

    http://vsl2014.at/unif

    UNIF 2014 is the 28th event in a series of international meetings devoted to unification theory and its applications. Unification is concerned with the problem of identifying terms,

finding solutions for equations, or making formulas equivalent. It is a fundamental process used in a number of fields of computer science, including automated reasoning, term rewriting, logic programming, natural language processing, program analysis, types, etc.
The International Workshop on Unification (UNIF) is a yearly forum for researchers in unification theory and related fields to meet old and new colleagues, to present recent (even unfinished) work, and to discuss new ideas and trends. It is also a good opportunity for young researchers and scientists working in related areas to get an overview of the current state of the art in unification theory.

17. **ISSAC 2014**

Kobe University, Japan, 23.07.2014 – 25.07.2014

http://www.issac-conference.org/2014

The International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation is the premier conference for research in symbolic computation and computer algebra. ISSAC 2014 is the 39th meeting in the series. The conference traditionally presents a range of invited speakers, tutorials, poster sessions and software demonstrations with a centre-piece of contributed research papers.
ISSAC 2014 is affiliated with "Kobe Computing Week 2014", an event of Academic Exchange Weeks, Graduate School of Human Development and Environment, Kobe University.
ISSAC 2014 is one of satellite conferences of ICM 2014 (International Congress of Mathematicians), Korea.

18. **International Workshop on Symbolic-Numeric Computation**

Shanghai, China, 28.07.2014 – 31.07.2014

http://symbolic-numeric-computation.org/snc-2014

Algorithms that combine techniques from symbolic and numeric computation have been of increasing importance and interest over the past decade. The necessity to work reliably with imprecise and noisy data, and for speed and accuracy within algebraic and hybrid-numerical problems, has encouraged a new synergy between the numerical and symbolic computing fields. Novel and exciting problems from industrial, mathematical and computational domains are now being explored and solved.
The goal of the present workshop is to support the interaction and integration of symbolic and numeric computing. Earlier meetings in this series include the SNAP 96 Workshop, held in Sophia Antipolis, France, the SNC 2005 meeting, held in Xi'an, China, SNC 2007 held in London, Canada, SNC 2009, held in Kyoto, and SNC 2011, held in San Jose, California USA.

19. **ICMS 2014 Session Software for Mathematical Theory Exploration**

Hanyang University, Seoul, Korea, 05.08.2014 – 09.08.2014

http://www.risc.jku.at/conferences/icms2014/MTE/MTE.html

In recent years, research groups all over the world have started to develop software for supporting the process of exploring mathematical theories in a structured way. (Other names for this area are: mathematical knowledge management, formal mathematics.) Progress in this area is based on advances in automated reasoning and improvements in software and web technology.
Research in this area has the potential to revolutionize the way how mathematical research, quality control in mathematics, archiving and dissemination of mathematical knowledge, application of mathematics and education in mathematics will be done in the future. A Satellite Conference of ICM2014.

20. **Eleventh Algorithmic Number Theory Symposium ANTS-XI**

Hotel Hyundai, GyeongJu, Korea, 07.08.2014 – 11.08.2014

http://ants2014.kookmin.ac.kr

The ANTS meetings, held biannually since 1994, are the premier international forum for new research in computational number theory. They are devoted to algorithmic aspects of number theory, including elementary number theory, algebraic number theory, analytic number theory, geometry of numbers, arithmetic algebraic geometry, finite fields, and cryptography.

21. **Summer school „Algorithmic and Enumerative Combinatorics"**

None, 18.08.2014 – 22.08.2014

https://www.risc.jku.at/conferences/aec2014/

Within the framework of the SFB „Algorithmic and Enumerative Combinatorics", a summer school will be held at the Research Institute for Symbolic Computation (Johannes Kepler University Linz) in Hagenberg. It is jointly organized with the combinatorics groups at the University of Vienna and the Vienna University of Technology.
The goal of this summer school is to put forward the interplay between the fields of Enumerative Combinatorics, Analytic Combinatorics, and Algorithmics. This is a very active research area, which, aside from the three fields fueling each other mutually, receives as well constant impetus from outside, by its interaction with algebra, probability, statistical physics, and computer science.

22. **The 16th International Workshop on Computer Algebra in Scientific Computing**

Warsaw, Poland, 08.09.2014 – 12.09.2014

http://www14.in.tum.de/CASC2014

The methods of Scientific Computing play an important role in the natural sciences and engineering. Significance and impact of computer algebra methods and computer algebra systems for scientific computing has increased considerably over the last decade.
Nowadays, computer algebra systems such as CoCoA, Macaulay, Magma, Maple, Mathematica, Maxima, Reduce, Singular and others enable their users to exploit their powerful facilities in symbolic manipulation, numerical computation and visualization.
The ongoing development of computer algebra systems, including their integration and adaptation to modern software environments, puts them to the forefront in scientific computing and enables the practical solution of many complex applied problems in the domains of natural sciences and engineering.
The topics addressed in the workshop cover all the basic areas of scientific computing as they benefit from the application of computer algebra methods and software.

23. PTM-DMV-Jahrestagung 2014

Poznan, Polen, 17. – 20.09.2014

`dmv.ptm.org.pl`

Die DMV-Jahrestagung findet 2014 gemeinsam mit den Kolleginnen und Kollegen der Polnischen Mathematischen Gesellschaft (PTM) vom 17. bis 20. September 2014 in Poznan statt. Auf der Website der Konferenz kann man sich ab jetzt für die Teilnahme registrieren. Auf der kommenden Jahrestagung wird es keine Sektionen geben, sondern ausschließlich Minisymposien (Thematic Sessions). Interessent(inn)en sind herzlich eingeladen die Organisation eines Minisymposiums zu übernehmen, sodass die Mathematik wieder in ihrer ganzen Breite dargestellt wird. Vorschläge für die Sessions können bis zum 31. Dezember 2013 auf der oben genannten Webseite eingereicht werden.

24. INFORMATIK 2014 — 44. Jahrestagung der Gesellschaft für Informatik

Stuttgart, 22. – 26.9.2014

`www.informatik2014.de`

Im BMBF-Wissenschaftsjahr 2014 „Die digitale Gesellschaft“ steht die GI-Jahrestagung unter dem Motto „Big Data – Komplexität meistern“.

Big Data charakterisiert die Datenflut, deren Bewältigung uns überall beschäftigt: im Internet, in der Kommunikationsbranche, bei der medizinischen Bildgebung, der Simulation von Crashtests, den Special Effects in der Filmindustrie, der Datenintegration für Fahrerassistenzsysteme, der Marktforschung, kurz, in fast allen Bereichen, in denen die Informatik Impulse für neue Funktionalität gegeben hat.

Jenseits der Herausforderungen, die mit Big Data einhergehen, kennzeichnet eine explodierende Komplexität der Anwendungen viele der heutigen Probleme der IT-Branche. Schlagworte wie Cloud Computing, Industrie 4.0, Smart Factory, Smart Enterprise oder auch Smart Mobility zeichnen eine Zukunft, in der durch das Zusammenwirken vieler Hard- und Softwarekomponenten eine Intelligenz der Systeme entsteht, die weit über das Bekannte hinausgehen wird. Voraussetzung ist allerdings, dass es gelingt, die dabei entstehende Komplexität dieser Systeme zu meistern.

Beide Aspekte, die Komplexität der Daten und die Komplexität der Systeme und Anwendungen, werden das Leitthema der Jahreskonferenz INFORMATIK 2014 sein.

25. 12th International Conference on Artificial Intelligence and Symbolic Computation AISC 2014

University of Sevilla, Spain, 11.12.2014 – 13.12.2014

`http://www.glc.us.es/aisc2014`

As usual the conference welcomes papers with a strong AI component that make use of symbolic computation in a wide sense (not excluding but not restricted to computer algebra). However, AISC 2014 aims at extending the scope of this series of conferences to computing in AI thus covering new areas.

Leserbriefe

Stellungnahme zu

„Computeralgebra in der Schule - Stand der Dinge!?“

Ausgabe 50, März 2012

Es ist zwar über ein Jahr her, dass der Artikel, auf den ich mich hier beziehe, im CA-Rundbrief zu lesen war. Aber das Thema hat inzwischen nichts von seiner Aktualität verloren. Zunächst habe ich noch einmal die Passagen des Aufsatzes herausgeschrieben, die ich für besonders wichtig halte:

> Das CAS kann beim Erwerb algebraischer Kompetenzen eingesetzt werden. Dazu müssen besonders in der Sekundarstufe I neue Konzepte entwickelt werden.
> Es fehlt aber noch an konkreten und evaluierten Unterrichtsszenarien für den CAS-Einsatz beim Problemlösen. Ebenso fehlen Kriterien für die Erstellung von geeigneten Aufgaben für den CAS-Einsatz in Unterricht und Prüfungen.
> Wir benötigen also didaktisch reflektierte und methodisch durchdachte Lernumgebungen für die neuen Technischen Möglichkeiten, ... Dazu gehört schließlich auch die Sensibilisierung der Lernenden für die Entscheidung, was sie noch im Kopf berechnen und lösen können sollten und was sie dem CAS überlassen.

Hier werden Notwendigkeiten für die nahe Zukunft – eigentlich schon Versäumnisse der jüngsten Vergangenheit – genannt. Man braucht keine seherischen Fähigkeiten, um zu ahnen, dass die hier formulierten Postulate mittelfristig bei den Bildungsbehörden ungehört verhallen werden. Die Erfahrungen mit der verbindlichen Einführung des Taschenrechners lassen nichts Gutes erwarten. Bis heute fehlen wissenschaftlich begründete, praktisch untermauerte Konzepte, Kriterien und evaluierte Unterrichtsszenarien für den Einsatz von GTR beim Lernen von Mathematik. Jeder Lehrer hat sein eigenes Konzept. Manches mag erfolgreich sein – vieles ist es nicht, sondern eher kontraproduktiv. Es ist offenbar immer noch nicht allen damit Befassten klar geworden, dass Mathematik-Lernen einen anderen Werkzeuggebrauch – vielleicht sogar andere Werkzeuge – erfordert, als Mathematik-Treiben.

Und: Man kann nichts ernsthaft und erfolgreich betreiben, wenn nicht zuvor einiges erlernt wurde. Werkzeuggebrauch setzt Wissen voraus – Wissen über das Werkzeug und – nicht zu vergessen – Wissen über das Werkstück, die Mathematik.

Nun zum Konkreten: Die Aufgabe zu den seltsamen Zahlen ist hochgradig attraktiv, besonders auf Grund folgender Merkmale:

- Sie regt dazu an, gegenüber maschinell erzeugten Ergebnissen skeptisch zu bleiben.
- Sie zeigt, dass Computer zwar bei Problemlösungen helfen können aber Fertigkeiten von Hand und im Kopf unverzichtbar bleiben.

Das Arbeitsblatt zu dieser Aufgabe (die Seite 21) muss aber auch kritisch gesehen werden:

- Die Schülerinnen und Schüler werden über 9 Stationen geschoben und gezogen. Sie können und sollen zwar jeden Schritt nachvollziehen aber erst gegen Schluss wird klar, wozu die anfänglichen Schritte gut waren.
- Die Problemlösung kommt als fertiges Phänomen daher, es gibt kaum etwas zu entdecken.
- Auch der vorgeschlagene Umgang mit einem CAS ist überwiegend auf Nachvollziehen fertiger Angebote beschränkt.

Als Alternative schlage ich ein Arbeitsblatt vor, das zwar den Lösungsweg ebenfalls vorstrukturiert, aber mehr Freiheiten zum selbständigen Arbeiten und Entdecken lässt:

Arbeitsblatt
Aufgabe 1:
a) Berechnen Sie die Zahl $\sqrt[3]{11+4\sqrt{29}}+\sqrt[3]{11-4\sqrt{29}}$ mit dem Taschenrechner. Vertrauen Sie dem Ergebnis? Könnte ein Rundungs- oder Rechenfehler vorliegen?
b) Berechnen Sie die Zahlen x und y mit dem Taschenrechner

$$\begin{aligned} x &= (1+10^{-21}+10^{-21}-1)\cdot 10^{22}, \\ y &= (1-1+10^{-21}+10^{-21})\cdot 10^{22}. \end{aligned}$$

Vertrauen Sie den Ergebnissen? Machen Sie eine Probe im Kopf und von Hand.
Aufgabe 2:
Berechnen Sie $(a\pm\sqrt{b})^3$ mit CAS. Begründen Sie mit Hilfe des Ergebnisses die Formel

$$(*)\quad a\pm b=\sqrt[3]{a\cdot(a^2+3b)\pm(3a^2+b)\cdot\sqrt{b}}.$$

Berechnen Sie mit dieser Formel den Term $\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}+\sqrt[3]{10-6\sqrt{3}}$. Erfinden Sie weitere Terme der Art $\sqrt[3]{m+n\sqrt{k}}+\sqrt[3]{m-n\sqrt{k}}$, die sich zu einer natürlichen Zahl vereinfachen lassen und in denen m, n, und k natürliche Zahlen sind.
Aufgabe 3: Zeigen Sie, dass die Formel $(*)$ in im Falle der Aufgabe 1.a) versagt, nicht aber die Formel

$$(**)\quad \frac{a\pm\sqrt{b}}{2}=\sqrt[3]{\frac{a\cdot(a^2+3b)}{8}\pm\frac{3a^2+b}{8}\cdot\sqrt{b}}.$$

Begründen Sie zunächst kurz die Gültigkeit der Formel $(**)$ und wenden Sie diese dann auf Aufgabe 1.a) an.
Erfinden Sie selbst Terme der Art $\sqrt[3]{m+n\sqrt{k}}+\sqrt[3]{m-n\sqrt{k}}$, die sich zu einer natürlichen Zahl vereinfachen lassen, in denen m, n sowie k natürliche Zahlen sind und die den Einsatz der Formel $(**)$ ermöglichen bzw. erfordern.

Roland Schröder (Celle)

Ordnung der Fachgruppe Computeralgebra

§ 1 Allgemein

(1) Im Zuge der Neuordnung der Kooperation der GI, der DMV und der GAMM im Rahmen der Fachgruppe Computeralgebra wird die bisher geltende Ordnung der Fachgruppe Computeralgebra durch die nachfolgende, neue Ordnung der Fachgruppe Computeralgebra, im folgenden FGO, aktualisiert. Hierbei sollen Rechte und Pflichten der Mitglieder sowie die bisherige fachliche Arbeitspraxis möglichst unverändert bestehen bleiben bzw. fortgeführt werden

(2) Für die Fachgruppe Computeralgebra, im folgenden FG, gilt die Geschäftsordnung der GI-Gliederungen GOGL vom 28. Juni 2002 sowie die Ordnung der Wahlen und Abstimmungen OWA vom 25. Juni 2010.

(3) Durch diese Ordnungen gewährte Gestaltungsfreiräume werden in der FGO für die FG präzisiert.

(4) Darüberhinaus werden durch die FGO nachfolgend auch zusätzliche Vereinbarungen für die FG getroffen, welche mit der bisher geltenden Ordnung der FG konform sind und Vorrang vor den durch §1 (2) getroffenen Vereinbarungen haben.

§ 2 Mitgliedschaft in der Fachgruppe Computeralgebra

(1) Die Mitgliedschaft in der FG kann mittels eines Antrags an die Geschäftsstelle der GI erworben werden, welcher auch an ein vom Leitungsgremium der FG zu benennendes Mitglied des Leitungsgremiums zur Weiterleitung an die GI adressiert werden kann.

(2) Die Mitgliedschaft in der FG bedeutet eine persönliche oder assoziierte Mitgliedschaft in der GI sowie eine Zuordnung zur Fachgruppe Computeralgebra durch die GI.

(3) Die Verwaltung der Daten der Mitglieder der FG erfolgt in Absprache mit der Geschäftsstelle der GI. Die Daten sind dem Leitungsgremium der FG und dem Wahlleiter zu satzungsgemäßen Zwecken zugänglich.

(4) Änderungen der Mitgliedsbeiträge können nur nach einer mit absoluter Mehrheit erfolgten Abstimmung im Leitungsgremium der FG dem Vorstand der GI zur Festlegung vorgelegt werden.

§ 3 Leitungsgremium der Fachgruppe Computeralgebra

(1) Das Leitungsgremium, im folgenden auch Fachgruppenleitung oder FGL, besteht aus neun regulären Mitgliedern, dazu je einem Vertreter von GI, DMV und GAMM und bis zu drei Fachexperten.

(2) Die Mitglieder der FGL müssen persönliche oder assoziierte Mitglieder der GI und Mitglieder der FG sein.

(3) Die Mitglieder der FGL, Sprecher und stellvertretender Sprecher eingeschlossen, Fachexperten aber ausgeschlossen, müssen darüberhinaus persönliche Mitglieder der GI oder persönliche Mitglieder der DMV oder persönliche Mitglieder der GAMM sein. Die zwingende Mitgliedschaft in der GI wird nicht gefordert.

(4) Der Vertreter der GI muss persönliches Mitglied der GI sein. Der Vertreter der DMV muss persönliches Mitglied der DMV sein. Der Vertreter der GAMM muss persönliches Mitglied der GAMM sein.

(5) Die Fachexperten sollen persönliche Mitglieder der GI oder der DMV oder der GAMM sein.

(6) Alle Mitglieder der FGL sind in der FGL stimmberechtigt.

(7) Die regulären Mitglieder werden nach der OWA und §2 der FGO gewählt.

(8) Der Vertreter der GI wird vom Präsidium der GI in die FGL entsandt. Der Vertreter der DMV wird vom Präsidium der DMV vorgeschlagen und vom Präsidium der GI in die FGL berufen. Der Vertreter der GAMM wird vom Präsidium der GAMM vorgeschlagen und vom Präsidium der GI in die FGL berufen.

(9) Über die Aufnahme von Fachexperten in die FGL wird von den regulären Mitgliedern und den Vertretern der GI und DMV und GAMM in der FGL mit Zweidrittelmehrheit entschieden.

(10) Scheidet ein reguläres Mitglied aus der FGL aus, so rückt ein neues reguläres Mitglied gemäß Wahlliste nach. Bei Stimmengleichheit entscheidet das Los. Scheidet ein Vertreter aus der FGL aus, so rückt ein neuer Vertreter gemäß (8) nach.

(11) Auf Vorschlag des Sprechers kann die FGL aus ihrer Mitte verantwortliche Referenten für wichtige, vorher definierte Aufgabenbereiche wie zum Beispiel Mitgliederbetreuung berufen.

(12) Scheiden der Sprecher, sein Stellvertreter oder ein Referent vorzeitig aus der FGL aus, wird die jeweils vakante Position von der FGL durch Wahl aus ihrer Mitte neu besetzt. Die Amtszeit der neu Gewählten endet spätestens mit der Amtszeit der FGL.

(13) Die FGL kann den Sprecher, den stellvertretenden Sprecher oder einen Referenten durch Neuwahl mit absoluter Mehrheit vorzeitig von seinen Aufgaben entbinden.

(14) Der Sprecher oder sein Stellvertreter beruft Sitzungen der FGL mit einer Frist von 3 Wochen ein. Diese sollen regelmäßig, mindestens aber zweimal jährlich stattfinden. Eine Sitzung kann auch von der Mehrheit der FGL einberufen werden. Verlangen mindestens 50 Mitglieder die Einberufung einer Sitzung, so muss der Sprecher eine Sitzung innerhalb von 6 Wochen einberufen.

(15) Der Sprecher oder der stellvertretende Sprecher holt zu den Sitzungen der FGL von der Geschäftsstelle der GI einen Haushaltsplan über den der FG bereitgestellten finanziellen Verfügungsrahmen ein.

§ 4 Wahlen zum Leitungsgremium

(1) Mitglieder der FG, welche persönliche Mitglieder der GI oder persönliche Mitglieder der DMV oder persönliche Mitglieder der GAMM sind, haben neben dem aktiven Wahlrecht auch das passive Wahlrecht.

(2) Die Wahlversammlung gemäß OWA wird aus der FGL zu deren Sitzungen gebildet und wählt eine Wahlleitung.

(3) Die Wahlleitung besteht aus einem Wahlleiter, seinem Stellvertreter und bis zu einem Beisitzer zur Durchführung der Wahl.

(4) Der Wahlleiter sammelt Kandidatenvorschläge bis zu einem den Mitgliedern der FG bekanntgegebenen Termin. Kandidieren kann jedes Mitglied der FG mit Ausnahme der Mitglieder der Wahlleitung.

(5) Die Wahl soll als Briefwahl durchgeführt werden. Die Unterlagen zur Briefwahl werden an den Wahlleiter adressiert.

(6) Die mehrfache Wiederwahl von Mitgliedern der FGL in unmittelbarer Folge ist zulässig. Dies gilt auch für die in der FGL zu vergebenden Ämter.

(7) Die erste Sitzung der neu gewählten FGL wird von dem Sprecher der alten FGL unter Vorlage einer Tagungsordnung einberufen, ersatzweise von dem ältesten neu gewählten Mitglied der FGL.

§ 5 Auflösung

(1) Die FG kann sich durch Beschluss der FGL auflösen, der mit mindestens 9 Stimmen gefasst sein muss.

(2) Bei Aufkündigung der Kooperationsvereinbarung muss die FGL über den Fortbestand der FG und eine neue Ordnung beschließen.

§ 6 Inkrafttreten und Änderungen

(1) Die FGO tritt am 24.02.2014 in Kraft. Die Zustimmung der FGL wurde eingeholt.

(2) Änderungen der FGO sind nur im Einvernehmen mit der FGL, der DMV und der GAMM vorzunehmen.

Antrag auf Mitgliedschaft in der Fachgruppe Computeralgebra der GI in Kooperation mit der DMV und GAMM und auf Bezug des Computeralgebra Rundbriefs

Rückfragen: Telefon: + 49 (0)228-302-151/-149 / Telefax: + 49 (0)228-302-167/
E-Mail: mitgliederservice@gi.de / http://www.gi.de
Bitte zurücksenden an: Prof. Dr. Wolfram Koepf, Institut für Mathematik, Heinrich-Plett-Str. 40, 34132 Kassel

Name:	Vorname:
Akadem. Grad:	Geburtsjahr:
Privatanschrift:	
Straße / Postf.:	PLZ Ort:
Telefon:	Telefax:
Dienstanschrift:	
Firma / Inst.:	Abteilung:
Straße / Postf.:	PLZ Ort:
Telefon:	Telefax:
E-Mail:	
Gewünschte Postanschrift: ☐ Privatanschrift	☐ Dienstanschrift
Gewünschte Regionalgruppenzuordnung (www.gi.de/regionalgruppen/):	
Regionalgruppe:	

☐ Ich bin persönliches Mitglied der GI und beantrage die Mitgliedschaft in der Fachgruppe Computeralgebra sowie den Bezug des Rundbriefs

☐ Ich beantrage assoziierte Mitgliedschaft in der GI und Mitgliedschaft in der Fachgruppe Computeralgebra sowie den Bezug des Rundbriefs

☐ ab 1. Januar. ☐ rückwirkend zum 1. Januar des laufenden Jahres (bis zum 30. September möglich).

Ich ordne mich folgender Jahresbeitragsklasse zu:

☐ 7,50 Euro für Mitglieder von ☐ DMV ☐ GI ☐ GAMM Mitgliedsnummer:

☐ 7,50 Euro. Ich beantrage gleichzeitig Mitgliedschaft in ☐ DMV ☐ GI ☐ GAMM und bitte um Zusendung der dazu erforderlichen Unterlagen.

☐ 9,00 Euro für Nichtmitglieder. Ich bitte um Zusendung von Informationen über ☐ DMV ☐ GI ☐ GAMM

☐ Ich bitte lediglich um Aktualisierung meiner Adressdaten sowie meiner Angaben über die Zusendung von Informationen.

Datennutzung

Meine oben angegebenen personenbezogenen Daten werden im Rahmen meiner Mitgliedschaft soweit gesetzlich erlaubt oder aufgrund meiner Einwilligung durch die GI oder durch Dritte nach Weitergabe durch die GI wie folgt genutzt:

☐ für alle GI gesellschaftsinternen Aussendungen

☐ sowie weitere von der GI gesondert ausgewählte Informationen mit Bezug zur Informatik, wie u.a. Weiterbildungsangebote (z.B. der DIA), Informatik Veranstaltungen oder Kongresse mit und ohne GI-Beteiligung sowie Publikationen mit Informatik-Bezug.

Soweit Sie uns Ihre E-Mail Adresse angegeben haben, wird die oben angegebene Kommunikation soweit möglich elektronisch ausgeführt.

☐ Der Nutzung meiner E-Mail Adresse zu Zwecken, die über die satzungsgemäßen Ziele der GI hinausgehen (wie z.B. Werbung, Markt- und Meinungsforschung) stimme ich zu.

Natürlich können Sie Ihre Zustimmung jederzeit widerrufen oder Ihre E-Mail-Adresse in unserem System löschen lassen. Eine kurze Nachricht an mitgliederservice@gi.de, per Post oder Fax genügt.

Ich nehme zur Kenntnis, dass die Aufnahme in die Fachgruppe Computeralgebra zum 1.1. erfolgt und dass die Mitgliedschaft zum 31.12. mit Frist 30.11. schriftlich gekündigt werden kann.

_____ (Datum)

_____ (Unterschrift)

Fachgruppenleitung Computeralgebra 2014-2017

Sprecher:
Prof. Dr. Florian Heß
Carl-von Ossietzky Universität Oldenburg
Institut für Mathematik, 26111 Oldenburg
0441-798-2906, -3004 (Fax)
florian.hess@uni-oldenburg.de
http://www.staff.uni-oldenburg.de/florian.hess

Fachexperte Redaktion Rundbrief:
Prof. Dr. Michael Cuntz
Institut für Algebra, Zahlentheorie und Diskrete Math.
Leibniz Universität Hannover
Welfengarten 1, 30167 Hannover
0511-762-4252
cuntz@math.uni-hannover.de
http://www.iazd.uni-hannover.de/~cuntz

Fachreferent CA-Systeme und -Bibliotheken:
Prof. Dr. Claus Fieker
Fachbereich Mathematik
Technische Universität Kaiserslautern
Gottlieb-Daimler-Straße, 67663 Kaiserslautern
0631-205-2392, -4427 (Fax)
fieker@mathematik.uni-kl.de
http://www.mathematik.uni-kl.de/~fieker

Fachexperte Physik:
Dr. Thomas Hahn
Max-Planck-Institut für Physik
Föhringer Ring 6, 80805 München
089-32354-300, -304 (Fax)
hahn@feynarts.de
http://wwwth.mppmu.mpg.de/members/hahn

Fachreferent Schwerpunktprogramm 1489:
Prof. Dr. Jürgen Klüners
Mathematisches Institut der Universität Paderborn
Warburger Str. 100, 33098 Paderborn
05251-60-2646, -3516 (Fax)
klueners@math.uni-paderborn.de
http://www2.math.uni-paderborn.de/people/juergen-klueners.html

Fachreferent Themen und Anwendungen:
Prof. Dr. Martin Kreuzer
Fakultät für Informatik und Mathematik
Universität Passau
Innstr. 33, 94030 Passau
0851-509-3120, -3122 (Fax)
martin.kreuzer@uni-passau.de
http://www.fim.uni-passau.de/~kreuzer

Fachreferent Schule und Didaktik:
OStR Jan Hendrik Müller
Rivius-Gymnasium der Stadt Attendorn
Westwall 48, 57439 Attendorn
02722-5953 (Sekretariat)
jan.mueller@math.uni-dortmund.de
www.mathebeimueller.de

Stellvertretender Sprecher:
Prof. Dr. Gregor Kemper
Zentrum Mathematik – M11
Technische Universität München
Boltzmannstr. 3, 85748 Garching
089-289-17454, -17457 (Fax)
kemper@ma.tum.de
http://www-m11.ma.tum.de/~kemper

Fachreferentin Themen und Anwendungen:
Prof. Dr. Bettina Eick
Institut Computational Mathematics
Fachbereich Mathematik und Informatik
Technische Universität Braunschweig
Braunschweig
0531-391-7525, -7414 (Fax)
beick@tu-bs.de
http://www.icm.tu-bs.de/~beick/

Fachreferentin Publikationen und Promotionen:
Prof. Dr. Anne Frühbis-Krüger
Institut für Algebraische Geometrie
Welfengarten 1, 30167 Hannover
0511-762-3592
fruehbis-krueger@math.uni-hannover.de
http://www.iag.uni-hannover.de/~anne

Fachreferentin Computational Engineering, Vertreterin der GAMM:
Dr.-Ing. Sandra Klinge
Lehrstuhl für Mechanik - Materialtheorie
Ruhr-Universität Bochum
Universitätsstr. 150, 44780 Bochum
0234-32-26552, -14154 (Fax)
sandra.klinge@rub.de
www.am.bi.ruhr-uni-bochum.de/Mitarbeiter/Ilic

Vertreter der DMV:
Prof. Dr. Wolfram Koepf
Institut für Mathematik
Universität Kassel
Heinrich-Plett-Str. 40, 34132 Kassel
0561-804-4207, -4646 (Fax)
koepf@mathematik.uni-kassel.de
http://www.mathematik.uni-kassel.de/~koepf

Vertreter der GI:
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Fakultät für Informatik
Technische Universität München
Boltzmannstraße 3, 85748 Garching
089-289-17706, -17707 (Fax)
mayr@in.tum.de
http://www.in.tum.de/~mayr/

Fachreferentin CA an der Hochschule:
Prof. Dr. Eva Zerz
Lehrstuhl D für Mathematik
RWTH Aachen
Templergraben 64, 52062 Aachen
0241-80-94544, -92108 (Fax)
eva.zerz@math.rwth-aachen.de
http://www.math.rwth-aachen.de/~Eva.Zerz/

Werbeseite